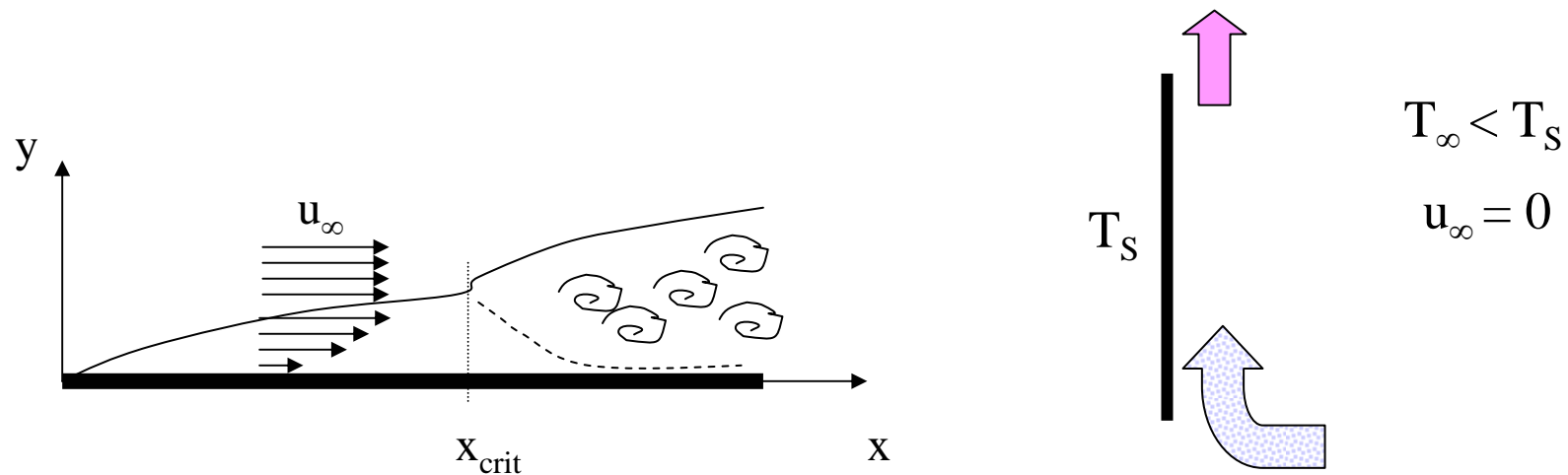


Cap. 7 GENERALITA' SULLA TRASMISSIONE DEL CALORE E SULLA FLUIDODINAMICA



Cap. 7 – Generalità sulla trasmissione del calore e sulla fluidodinamica

Indice

- 7.1 Generalità sulla meccanica dei fluidi
- 7.2 Le proprietà dei fluidi
- 7.3 La classificazione dei flussi di un fluido
 - 7.3.1 Flusso viscoso e flusso non-viscoso
 - 7.3.2 Flusso interno e flusso esterno
 - 7.3.3 Flusso comprimibile e flusso incomprimibile
 - 7.3.4 Flusso laminare e flusso turbolento
 - 7.3.5 Flusso naturale e flusso forzato
- 7.4 Generalità sulla trasmissione del calore
- 7.5 Generalità sui meccanismi di scambio termico
 - 7.5.1 La conduzione termica
 - 7.5.2 La convezione termica
 - 7.5.3 L'irraggiamento termico

LA MECCANICA DEI FLUIDI

Le fasi di una sostanza pura:

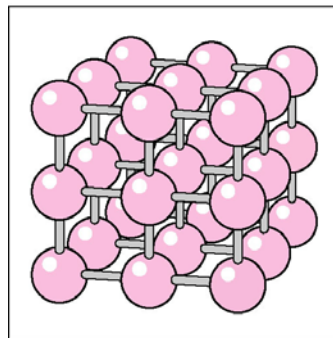
SOLIDO

LIQUIDO

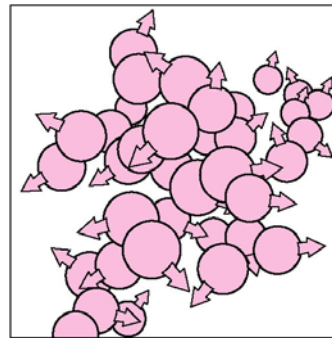
AERIFORME



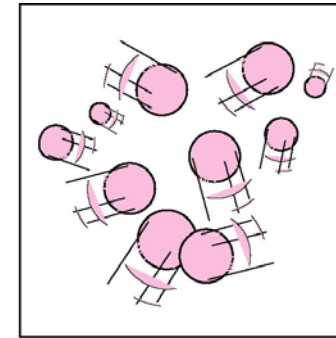
FLUIDO



(a)



(b)



(c)

Disposizione delle molecole nelle diverse fasi:

a) Fase solida b) Fase liquida c) Fase aeriforme

La meccanica dei fluidi

La distinzione tra un solido e un fluido può essere fatta in base alla capacità di un fluido di resistere ad uno **sforzo di taglio (o tangenziale)** che tende a cambiare la sua forma.

Sforzo = forza per unità di area

Sforzo normale

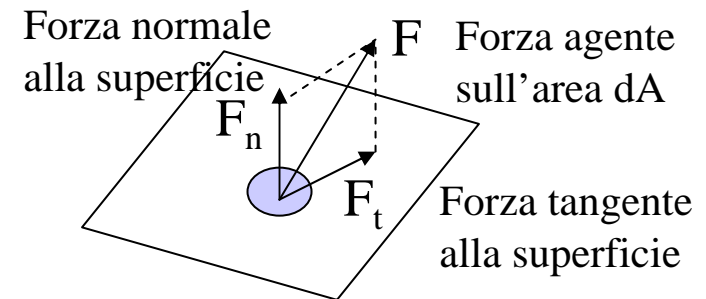
$$\sigma = \frac{F_n}{dA}$$

Componente normale della forza per unità di area

Sforzo tangenziale

$$\tau = \frac{F_t}{dA}$$

Componente tangenziale della forza per unità di area

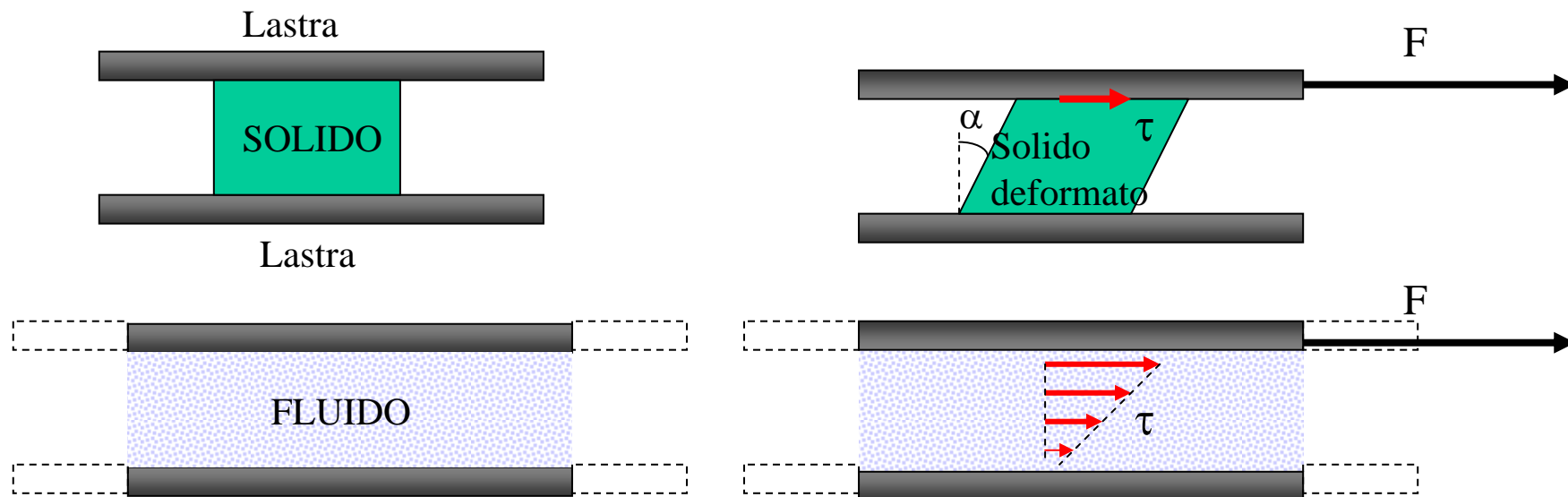


In un fluido in quiete lo sforzo normale è detto pressione.

La meccanica dei fluidi

Un solido può resistere ad uno sforzo di taglio deformandosi: tra sforzo e deformazione esiste una relazione di proporzionalità.

Al contrario un fluido si deforma continuamente sotto l'azione di uno sforzo di taglio, comunque piccolo questo sia.



Sebbene solidi e fluidi siano facilmente distinguibili nella maggior parte dei casi, ci sono materiali che in alcuni casi si comportano come solidi (resistono a sforzi di taglio per brevi periodi) in altri come fluidi: asfalto, plastiche, piombo ecc.

LE PROPRIETA' DEI FLUIDI

La densità

La densità è definita come la massa per unità di volume

$$\rho = \frac{m}{V} \quad [\text{kg/m}^3]$$

Il reciproco della densità, ovvero il volume per unità di massa è il volume specifico

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \quad [\text{m}^3/\text{kg}]$$

La densità relativa, o gravità specifica, è il rapporto tra la densità di una sostanza e la densità di una sostanza di riferimento ad una determinata temperatura.

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{rif}}$$

Di solito la sostanza di riferimento è l'acqua a 4°C:

$$\rho_{H_2O} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

per cui

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}}$$

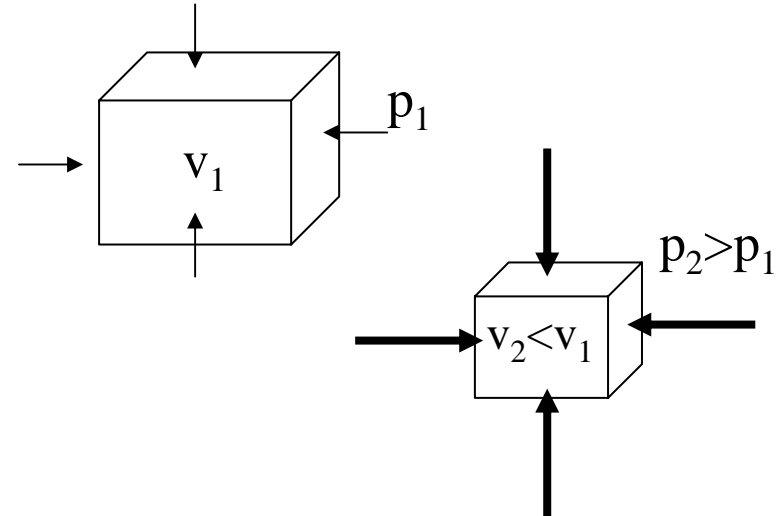
Le proprietà dei fluidi

Densità relativa di alcune sostanze a 0°C	
Sostanza	SG
Acqua	1.0
Sangue	1.05
Acqua di mare	1.025
Benzina	0.7
Alcool etilico	0.79
Mercurio	13.6
Legno	0.3 - 0.9
Oro	19.2
Ossa	1.7 - 2.0
Ghiaccio	0.92
Aria (a 1 atm)	0.0013

Le proprietà dei fluidi

Coefficienti di compressibilità e di espansione volumica

In generale il volume (o la densità) di un fluido è funzione della temperatura e della pressione. Usualmente i fluidi si espandono quando sono riscaldati o depressurizzati e si contraggono quando sono raffreddati o pressurizzati.



L'entità di tali variazioni dipende dal tipo di fluido e sono esprimibili mediante proprietà misurabili che correlano i cambiamenti di volume ai cambiamenti di temperatura e pressione.

Due di tali proprietà sono il coefficiente di compressibilità k (detto anche modulo di elasticità) e il coefficiente di espansione volumica β .

Le proprietà dei fluidi

Coefficiente di compressibilità

$$k = -v \left. \frac{\partial p}{\partial v} \right|_{T=\text{cost}} \quad [\text{Pa}]$$

Che in prima approssimazione può essere espresso in termini di variazioni finite

$$k \approx -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta v}{v}} = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta \rho}{\rho}} \quad (T=\text{costante})$$

k è per i fluidi l'analogo del modulo elastico di Young per i solidi

k ha le dimensioni di una pressione e rappresenta il cambiamento di pressione corrispondente ad una variazione percentuale di volume o di densità.

Pertanto per $k \rightarrow \infty$ la sostanza è incompressibile, poiché $v = \text{costante}$.

In pratica, un grande valore di k indica che occorre una forte variazione di pressione per provocare una piccola variazione di densità del fluido, quando la sua temperatura viene mantenuta costante.

Questo è tipico dei **liquidi** che quindi vengono considerati **incompressibili**.

Per i **gas ideali**, per i quali $p v = RT$ si ha: $k_{\text{gas ideale}} = p$

Le proprietà dei fluidi

Coefficiente di espansione volumica $\beta = \frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial T} \Big|_{p=\text{cost}} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_{p=\text{cost}} \quad [\text{K}^{-1}]$

Che in prima approssimazione può essere espresso in termini di variazioni finite come $\beta \approx - \frac{\Delta v / v}{\Delta T} = - \frac{\Delta \rho / \rho}{\Delta T} \quad (p=\text{costante})$

β ha le dimensioni dell'inverso di una temperatura ed esprime la variazione di densità (o di volume specifico) di un fluido al variare della temperatura, mantenendo costante la pressione.

In pratica, un grande valore di β indica che una piccola variazione di temperatura provocare una forte variazione di densità del fluido, quando la sua pressione viene mantenuta costante.

Questo può dare luogo a intense **forze di galleggiamento** quando il fluido viene riscaldato o raffreddato.

Per i **gas ideali**, per i quali $p v = R T$ si ha: $\beta_{\text{gas ideale}} = 1/T$

Le proprietà dei fluidi

Viscosità

Quando due corpi solidi in contatto tra di loro si muovono l'uno rispetto all'altro si sviluppa una forza di attrito sulla superficie di contatto in direzione opposta al moto. L'intensità di tale forza è proporzionale al coefficiente di attrito.

Si ha una situazione del tutto analoga quando un fluido si muove rispetto ad una superficie solida. La forza che il fluido esercita sulla superficie (e viceversa) è detta **forza di resistenza** e la sua intensità dipende dalla proprietà del fluido detta **viscosità**.

La resistenza viscosa dà luogo ad uno sforzo di taglio $\tau = F/S$

che per la maggior parte dei fluidi è dato da:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad \left[\text{N/m}^2 \right]$$

I fluidi che rispondono a tale relazione sono detti **fluidi newtoniani** (ad es aria, acqua, benzina, oli). I fluidi pastosi (sangue, plastiche ecc.) non sono newtoniani.

Le proprietà dei fluidi

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad \left[\text{N/m}^2 \right]$$

La costante di proporzionalità μ è detta **coefficiente di viscosità** o **viscosità dinamica** del fluido

La sua unità di misura è $[\text{kg/m}]$ o $[\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2]$ o $[\text{Pa} \cdot \text{s}]$.

Una unità di misura molto usata è il **poise** = **0.1 Pa • s**.

$$\mu = \frac{\tau}{du/dy}$$

Il rapporto tra la viscosità dinamica e la densità del fluido è detto **viscosità cinematica**.

La sua unità di misura è $[\text{m}^2/\text{s}]$.

Una unità molto usata è lo **stoke** = $1 \text{ cm}^2/\text{s}$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

In generale la viscosità di un fluido dipende sia dalla pressione che dalla temperatura, anche se la dipendenza dalla pressione è debole.

Per i liquidi si può trascurare la dipendenza dalla pressione sia per la viscosità dinamica che per la cinematica. Per i gas la dipendenza dalla pressione non può essere trascurata nel caso della viscosità cinematica, poichè la densità dipende sensibilmente dalla pressione.

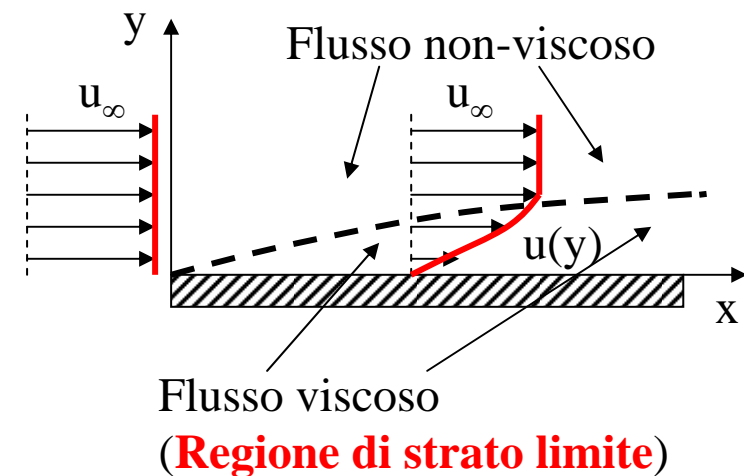
Classificazione del flusso di un fluido

Regioni di flusso viscoso e di flusso non-viscoso

Quando due strati di fluido scorrono l'uno sull'altro, per effetto della viscosità del fluido, si sviluppa uno sforzo di taglio che fa sì che quello più veloce tende a trascinare quello più lento e, viceversa, quello più lento tende a frenare quello più veloce. I flussi in cui tali effetti sono significativi sono detti **flussi viscosi**.

Tali effetti sono generalmente importanti in prossimità di superfici solide.

Tuttavia in molti flussi di interesse pratico ci sono regioni in cui le forze viscosi sono trascurabili rispetto alle forze di inerzia e di pressione. Tali regioni vengono dette a **flusso non-viscoso** e tale approssimazione semplifica notevolmente la analisi fluidodinamica.



Classificazione del flusso di un fluido

Flusso interno e flusso esterno

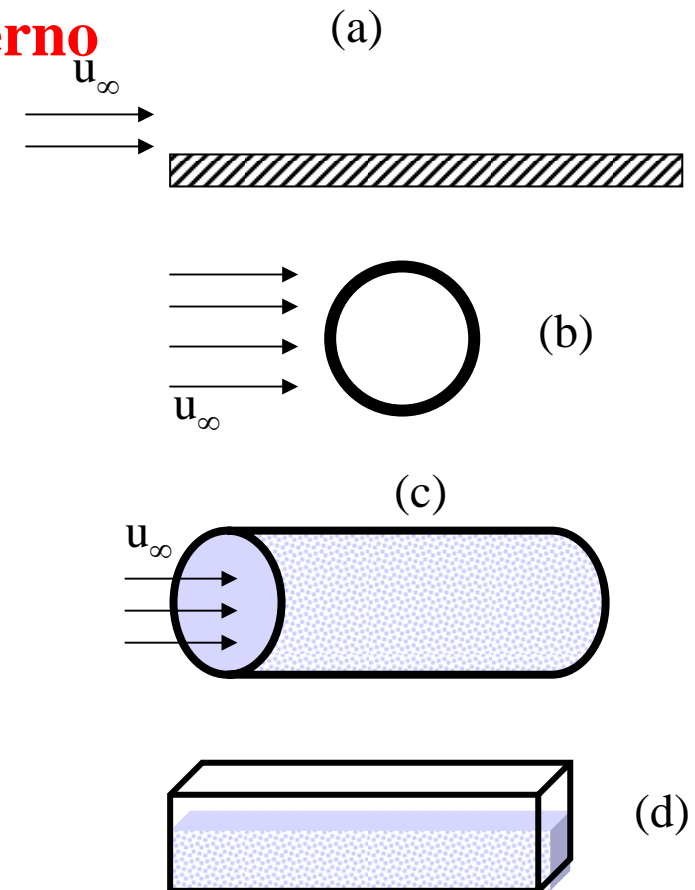
Un flusso di fluido è classificato come interno o esterno a seconda che il fluido scorra all'interno di un canale o su una superficie.

Il flusso su una superficie, un filo o sulla superficie esterna di un tubo o un canale è detto **flusso esterno**.

Il flusso in un tubo, in un condotto o in un canale è detto **flusso interno**.

Il flusso di un liquido in un canale parzialmente riempito e quindi con una superficie liquida libera è detto **flusso a canale aperto**.

I flussi interni sono dominati dall'influenza della viscosità sull'intero volume di fluido. Nei flussi esterni gli effetti della viscosità sono limitate alle regioni di strato limite in prossimità delle superfici solide.



Classificazione del flusso di un fluido

Flusso incomprimibile e flusso comprimibile

Un flusso è detto comprimibile o incomprimibile a seconda del livello di variazione della densità del fluido durante il flusso.

Il flusso è detto **incomprimibile** se la densità rimane all'incirca costante.

Se il fluido è un liquido tale approssimazione, in pratica, è sempre verificata.

Ad es. la densità dell'acqua liquida sottoposta ad una pressione di 200 bar cambia solo dell'1% rispetto al valore a pressione atmosferica.

Al contrario gli aeriformi possono essere considerati incomprimibili o no a seconda della velocità di flusso.

$$Ma = \frac{u}{c} = \frac{\text{Velocità di flusso}}{\text{velocità del suono}}$$

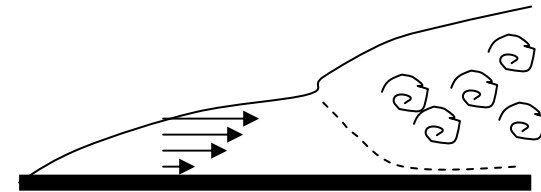
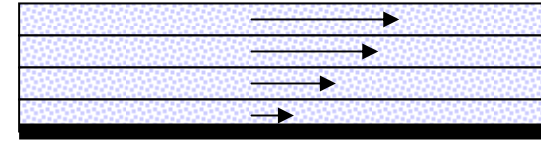
Ma < 1 flusso subsonico
Ma = 1 flusso sonico
Ma > 1 flusso supersonico
Ma >> 1 flusso ipersonico

Un gas può essere ritenuto **incomprimibile** quando la sua densità varia meno del 5%, il che avviene per velocità di flusso per cui **Ma < 0.3**
(In aria significa $u < 100$ m/s)

Classificazione del flusso di un fluido

Flusso laminare e flusso turbolento

Un **flusso laminare** è costituito da un moto ordinato, in cui il fluido sembra scorrere strato su strato. In altri termini la componente della velocità ortogonale alla direzione prevalente di flusso è trascurabile. Si ha nel caso di fluidi viscosi a bassa velocità ovvero in un flusso lungo una superficie in prossimità del bordo di attacco.



Un **flusso turbolento** è un flusso altamente disordinato con fluttuazioni di velocità, con componenti trasversali non trascurabili che danno luogo ad un moto vorticoso. Si ha nel caso di flussi ad alta velocità ed è prevalente nei flussi interni in canali lunghi.

Classificazione del flusso di un fluido

Il parametro fondamentale per la determinazione del regime di flusso (laminare o turbolento) è costituito dal **numero** (adimensionale) **di Reynolds**

$$Re_x = \frac{u_\infty \rho x}{\mu} = \frac{u_\infty x}{\nu}$$

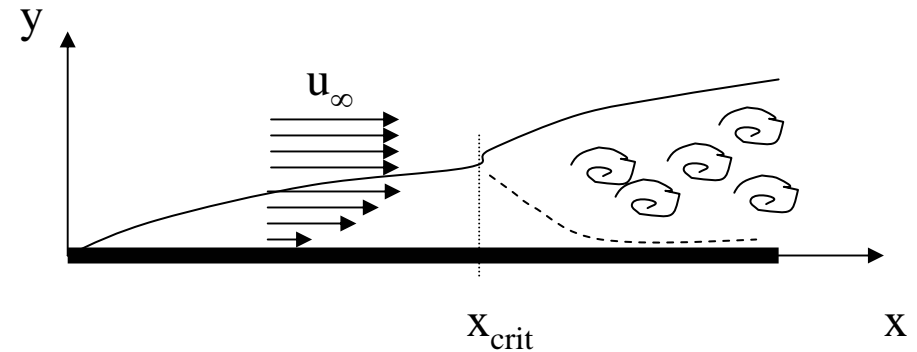
dove

u_∞ = velocità di flusso indisturbato

ρ = densità del fluido

μ = viscosità del fluido

$\nu = \mu/\rho$ = viscosità cinematica del fluido



Per ogni geometria può essere determinato un **numero di Reynolds critico**

$$Re_{crit} = \frac{u_\infty \rho x_{crit}}{\mu} = \frac{u_\infty x_{crit}}{\nu}$$

tale che:

$$Re_x < Re_{crit}$$



Flusso laminare

$$Re_x > Re_{crit}$$



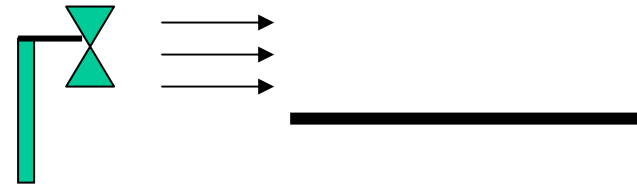
Flusso turbolento

Classificazione del flusso di un fluido

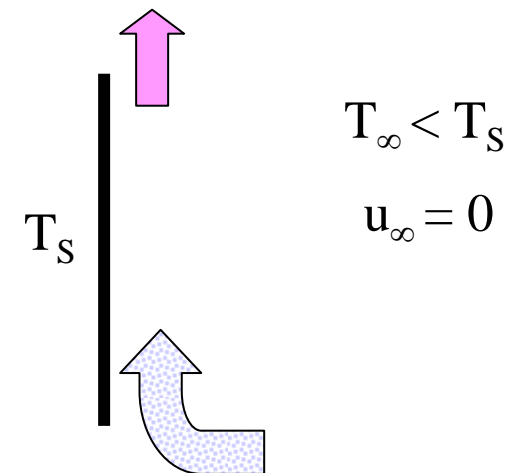
Flusso naturale e flusso forzato

Un flusso viene detto naturale o forzato a seconda di come è iniziato il moto ovvero della causa che ha fornito la forza che ha messo in moto il fluido.

Nel **flusso forzato** il moto è dovuto ad una macchina come una pompa, un ventilatore o un compressore.



Nel **flusso naturale** il moto è dovuto allo sbilanciamento tra peso del fluido e spinta idrostatica quando una parte del fluido è riscaldato o raffreddato rispetto al fluido circostante.



Il flusso forzato esterno

Per un flusso forzato:

Numero di Reynolds

$$Re_L = \frac{u_\infty \rho L}{\mu} = \frac{u_\infty L}{\nu} \sim \frac{\text{Forze d'inerzia}}{\text{Forze viscosse}}$$

Numero di Reynolds locale

$$Re_x = \frac{u_\infty \rho x}{\mu} = \frac{u_\infty x}{\nu}$$

Numero di Reynolds critico

$$Re_{crit} = \frac{u_\infty \rho x_{crit}}{\mu} = \frac{u_\infty x_{crit}}{\nu}$$

dove

u_∞ = velocità di flusso indisturbato

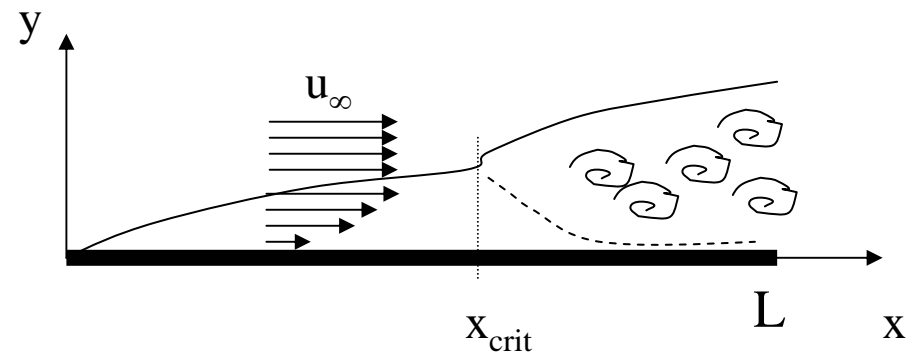
ρ = densità del fluido

μ = viscosità del fluido

$\nu = \mu/\rho$ = viscosità cinematica del fluido

L = lunghezza caratteristica

x_{crit} = distanza dal bordo di attacco in cui si può ritenere che avvenga la transizione da flusso laminare a flusso turbolento



**Per flusso su
lastra piana**

$$Re_{crit} \approx 5 \cdot 10^5$$

Il flusso forzato esterno

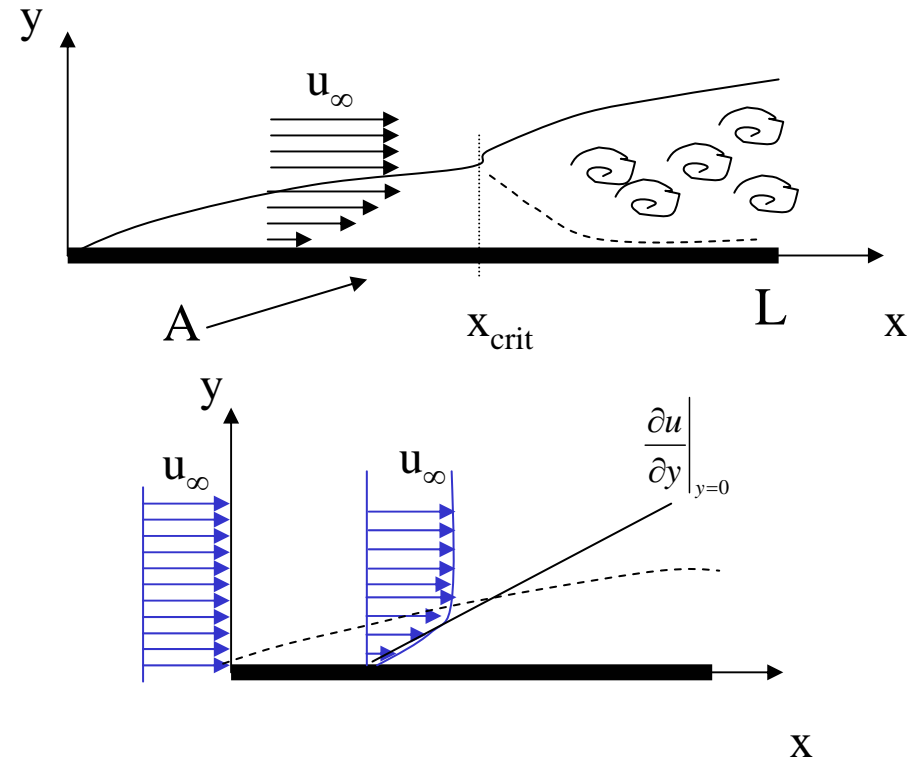
La forza di trascinamento
(di attrito) può essere
calcolata come:

$$F = \tau \cdot S$$

dove

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad \left[\text{N/m}^2 \right]$$

Gli sforzi viscosi possono essere valutati
teoricamente o sperimentalmente
determinando il gradiente di velocità
all'interfaccia solido-fluido.



Coefficiente di attrito

$$C_f = \frac{\tau}{\rho w^2 / 2}$$

I risultati vengono quindi resi disponibili
sotto forma di relazioni analitiche che
correlano grandezze adimensionali del tipo:

$$C_f = C_0 f(\text{Re})$$

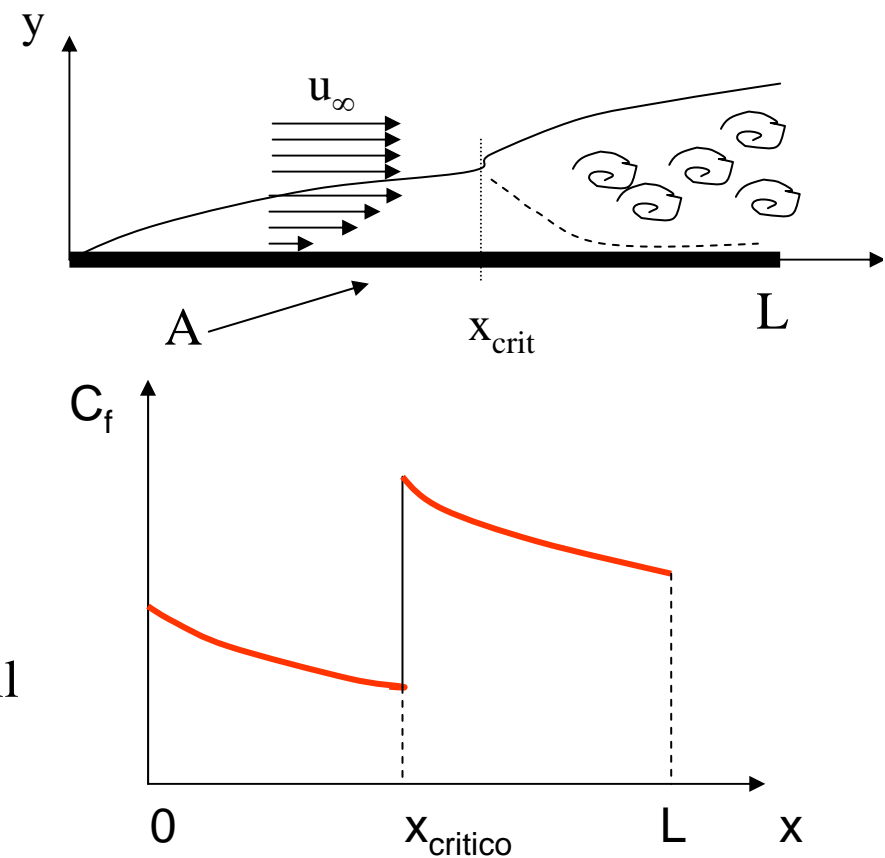
Il flusso forzato esterno

I coefficienti locali di attrito $C_{f,x}$ variano lungo la superficie della lastra in conseguenza della variazione dello strato limite di velocità e quindi del gradiente di velocità all'interfaccia solido-fluido. Poichè di solito si è interessati alla forza di trascinamento sull'intera superficie della lastra dai coefficienti locali si ricava il coefficiente medio (o globale) come:

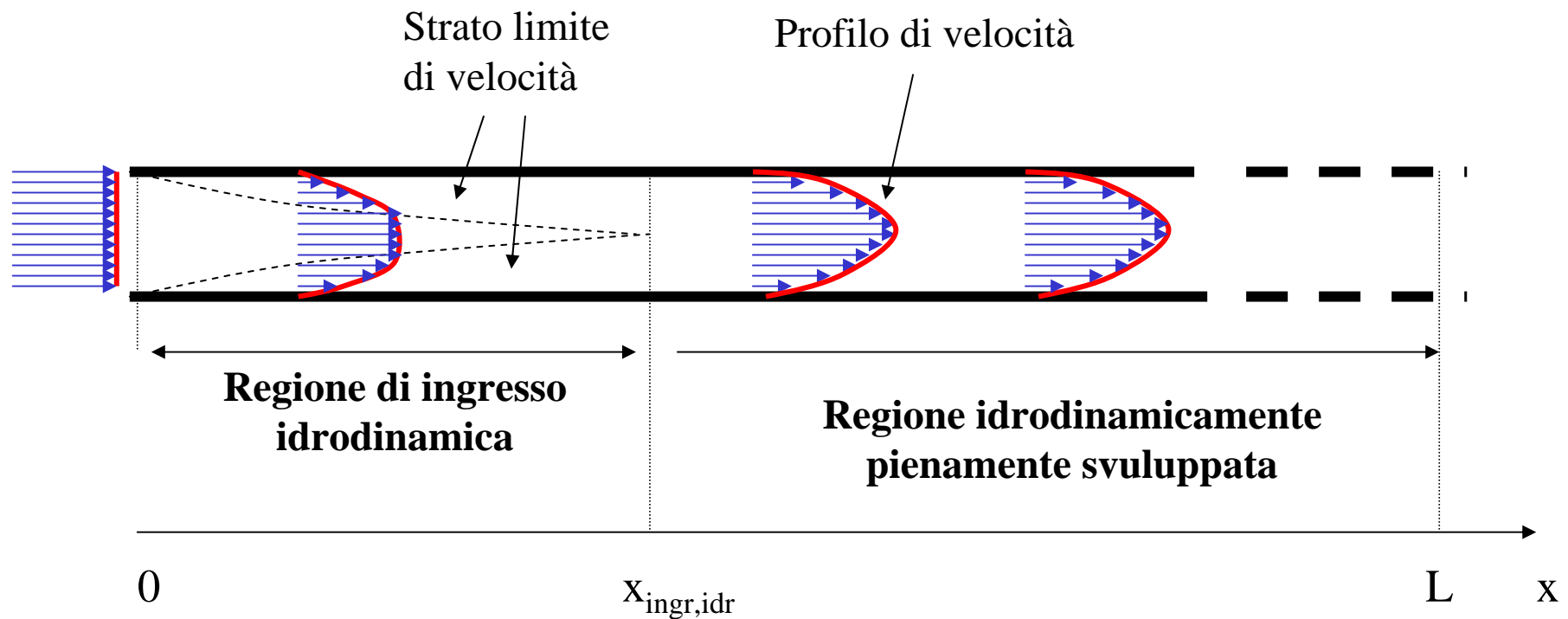
Coefficiente di attrito medio

$$C_f = \frac{1}{L} \int_0^L C_{f,x} dx$$

Naturalmente i coefficienti di attrito sono espressi da funzioni diverse a seconda che il flusso sia laminare o turbolento



Il flusso all'interno di un condotto



Alla distanza $x_{\text{ingr,idr}}$ lo strato limite che si forma a causa degli sforzi viscosi occupa l'intero volume di fluido: la regione lungo il tubo da quel punto in poi si dice di flusso completamente sviluppato. In tale regione non esiste più flusso indisturbato, per cui il profilo di velocità non presenta più una zona piatta ma risulta parabolico.

Il flusso all'interno di un condotto

Numero di Reynolds

$$Re_D = \frac{u_m D}{\nu} = \frac{4 \dot{m}}{\pi \mu D}$$

Per condotti
non cilindrici

$$D = 4A_t / p$$

dove A_t = area trasversale della sezione del condotto
 p = perimetro della sezione

dove

\dot{m} = portata massica di fluido

u_m = velocità media nella sezione considerata

ρ = densità del fluido

μ = viscosità del fluido

$\nu = \mu/\rho$ = viscosità cinematica del fluido

D = diametro del tubo

I REGIMI DI FLUSSO IN UN TUBO

FLUSSO LAMINARE

$$Re_D < 2300$$

$$x_{ingr,idr} \approx 0.05D Re_D$$

Transizione alla turbolenza

$$2300 < Re_D < 4000$$

FLUSSO TURBOLENTO

$$Re_D > 4000$$

$$x_{ingr,idr} \approx 10D$$

Il flusso all'interno di un condotto

LA CADUTA DI PRESSIONE

Nel flusso all'interno di un condotto si è soprattutto interessati al calcolo delle perdite di pressione dovute agli sforzi viscosi

$$\Delta p = f \frac{L}{D} \frac{\rho w_m^2}{2}$$

f = fattore di attrito

La potenza di pompaggio richiesta per vincere tale caduta di pressione è data da:

$$\dot{L}_p = \dot{V} \Delta p = \frac{\dot{m}}{\rho} \Delta p$$

Il fattore di attrito f è legato al coefficiente di attrito C_f da: $f = 4C_f$

dove

$$C_f = \frac{\tau_s}{\rho w_m^2 / 2}$$

Il flusso all'interno di un condotto

IL FATTORE DI ATTRITO

FLUSSO LAMINARE

$$\text{Re}_D < 2300$$

$$f = \frac{64}{\text{Re}_D}$$

FLUSSO TURBOLENTO

$$\text{Re}_D > 4000$$

per tubi lisci

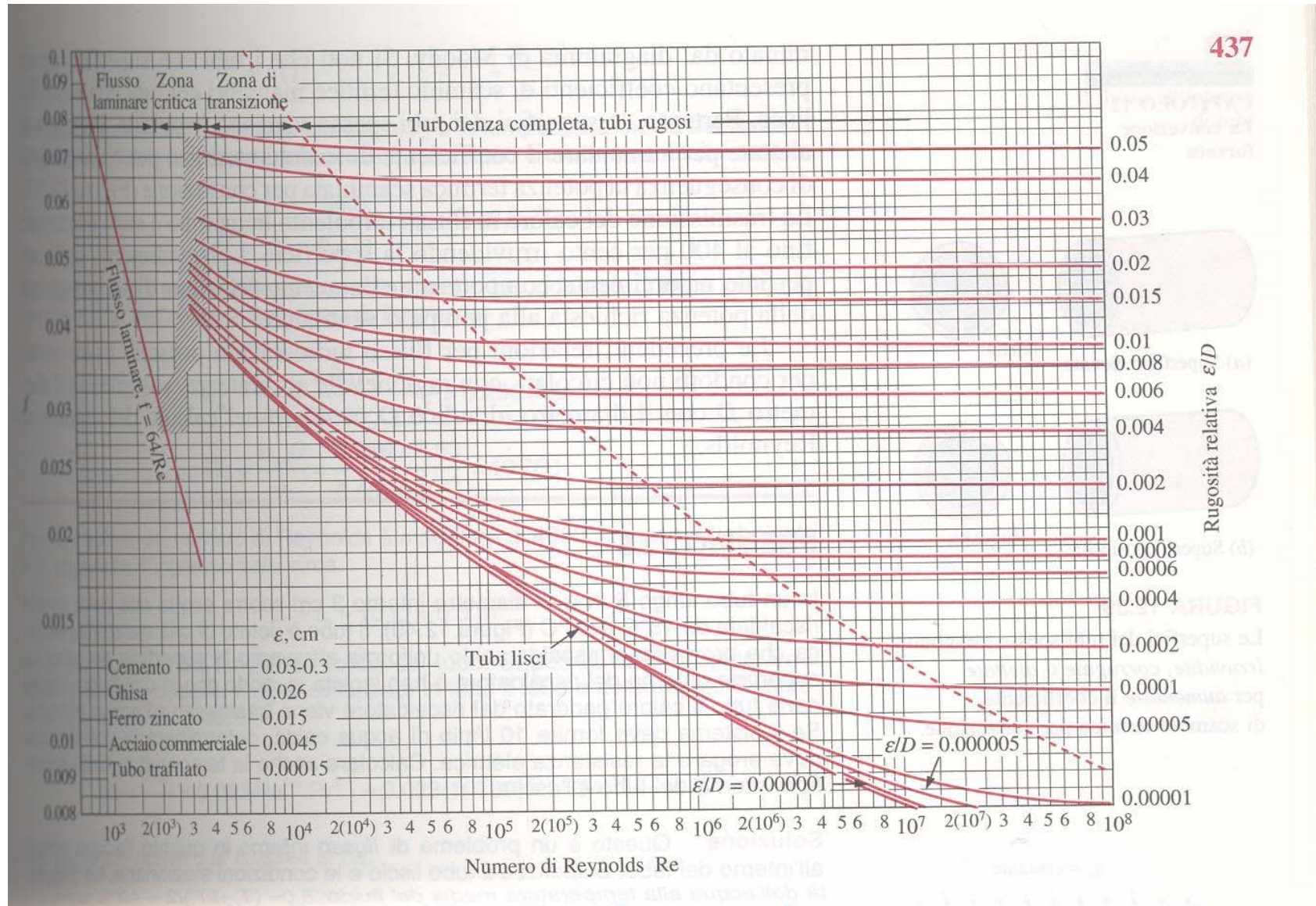
$$f = 0.184 \text{Re}^{-0.2}$$

Il fattore di attrito e quindi la caduta di pressione per il flusso in tubi può variare molto a seconda della rugosità della superficie.

Diagramma di Moody

E' il diagramma che fornisce il fattore di attrito per flusso in tubi con superfici sia lisce che rugose, per un ampio campo di valori del numero di Reynolds.

Il diagramma di Moody



LA TRASMISSIONE DEL CALORE


Analisi termodinamica Determina la quantità di calore scambiata da un sistema qualunque e per qualunque processo senza avere alcuna informazione sulla durata del processo e sul dimensionamento dell'apparato di scambio termico.

La trasmissione del calore si occupa di questi aspetti.

I principi della termodinamica sono alla base della trasmissione del calore:

1° principio: stabilisce che, in assenza di scambio di lavoro, la quantità di calore assorbita (ceduta) da un sistema uguaglia l'aumento (la diminuzione) di energia interna (trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale) del sistema

2° principio: stabilisce che il calore fluisce nella direzione in cui la temperatura decresce

Trasmissione del calore  **Differenza di temperatura**

La trasmissione del calore

Trasmissione del calore \longleftrightarrow **Differenza di temperatura ΔT**

Più grande è la differenza di temperatura, più grande è la potenza termica scambiata.

Quando si conosce la **potenza termica** scambiata, la quantità totale di calore scambiato durante un intervallo di tempo Δt si può determinare con la relazione:

$$Q = \int_0^{\Delta t} \dot{Q}(t) dt$$

Nel caso particolare in cui la potenza termica è costante rispetto al tempo:

$$Q = \dot{Q} \Delta t$$

Spesso siamo interessati al **flusso termico** (o densità superficiale di potenza termica):

$$q = \dot{Q}''/S$$

Meccanismi di scambio termico

Conduzione termica
Convezione termica
Irraggiamento termico

I MECCANISMI DI SCAMBIO TERMICO

Conduzione termica

Trasferimento di energia dovuto alla interazione delle molecole di una sostanza dotate di maggiore energia con quelle adiacenti meno energetiche.

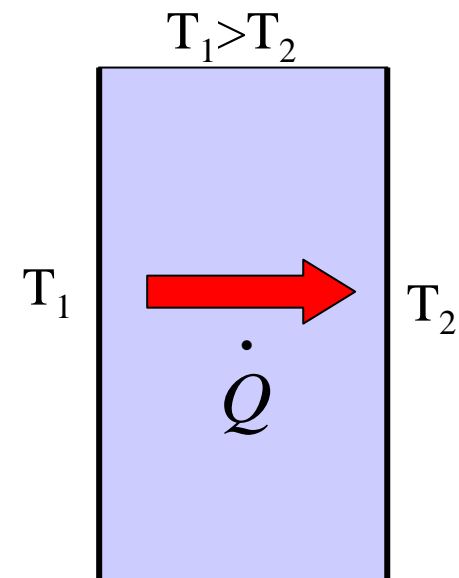
Ovviamente richiede la presenza di un mezzo materiale e può avvenire

nei **SOLIDI**:

- vibrazioni delle molecole all'interno dei reticoli;
- trasporto di energia da parte degli elettroni liberi di valenza (nei solidi metallici).

nei **FLUIDI**:

- collisioni tra le molecole durante il loro moto casuale



Nei fluidi in quiete lo scambio di calore può avvenire solo per conduzione, mentre nei fluidi in moto, in presenza di una differenza di temperatura, lo scambio termico è innalzato dal meccanismo della convezione termica.

I meccanismi di scambio termico

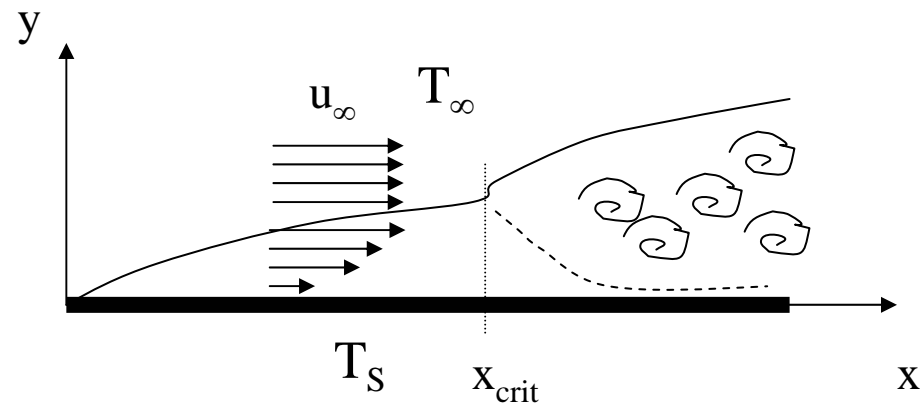
Convezione termica

La convezione termica è la trasmissione del calore che si verifica in presenza di un fluido in moto (termofluidodinamica).

In tale situazione nel fluido si ha contemporaneamente scambio di calore e trasporto di massa.

Pertanto la convezione termica richiede la presenza di un mezzo materiale fluido.

Un caso di grande importanza ingegneristica è quello della convezione termica che avviene tra un fluido ed un corpo solido in moto relativo l'uno rispetto all'altro.



I meccanismi di scambio termico

Irraggiamento termico

E' il meccanismo di scambio termico che avviene tra corpi a diversa temperatura per effetto dello scambio di energia radiante emessa da ciascun corpo sotto forma di onde elettromagnetiche.

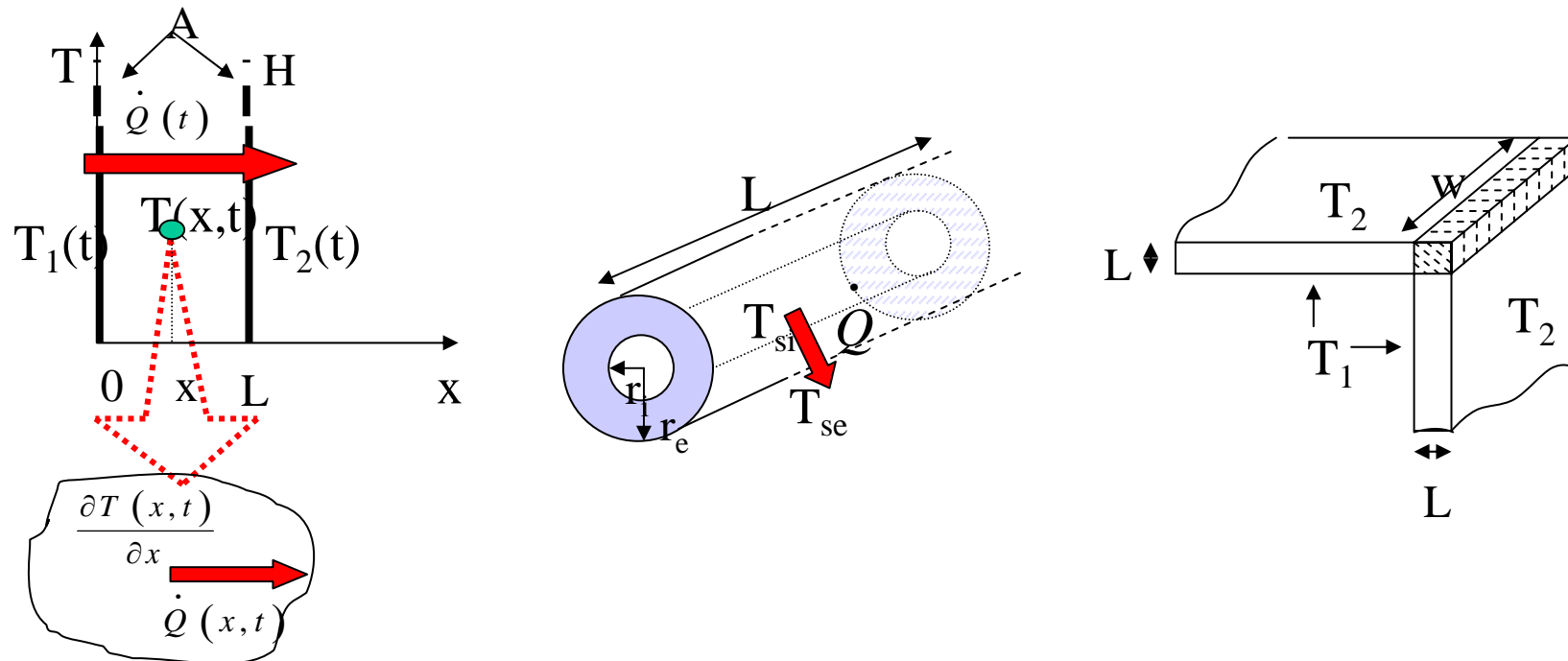
La radiazione elettromagnetica emessa a causa dei moti vibrazionali e rotazionali delle molecole, atomi ed elettroni di una sostanza è detta **radiazione termica**. Poiché la temperatura è una misura dell'intensità di questi processi a livello microscopico, all'aumentare della temperatura aumenta l'emissione di radiazione termica. Pertanto ogni oggetto che si trovi al di sopra dello zero assoluto emette radiazione termica.

A differenza della conduzione termica e della convezione termica, l'irraggiamento termico non richiede la presenza di un mezzo materiale ma può avvenire anche nel vuoto.

TERMODINAMICA E TERMOFLUIDODINAMICA

Cap. 8

TRASMISSIONE DEL CALORE PER CONDUZIONE



Cap. 8 – Trasmissione del calore per conduzione

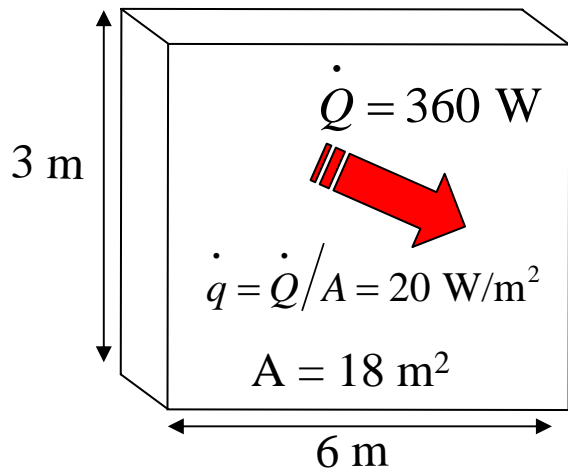
Indice

- 1) Il postulato di Fourier per la conduzione termica
- 2) La conducibilità termica dei materiali
- 3) La conduzione termica monodimensionale in regime stazionario
 - 3.1 Conduzione termica in uno strato piano
 - 3.2 Conduzione termica in uno strato sferico
 - 3.3 Conduzione termica in uno strato cilindrico
- 4) Analogia elettrica per la conduzione termica
 - 4.1 Resistenze termiche in serie
 - 4.2 Resistenze termiche in parallelo
- 5) La conduzione termica multidimensionale in regime stazionario
 - 5.1 Il metodo del fattore di forma per conduzione

CONDUZIONE TERMICA

Conduzione termica

Trasferimento di energia che si verifica per effetto della interazione delle particelle di una sostanza dotate di maggiore energia (punti a temperatura più alta) con quelle adiacenti dotate di minore energia (punti a temperatura più bassa).

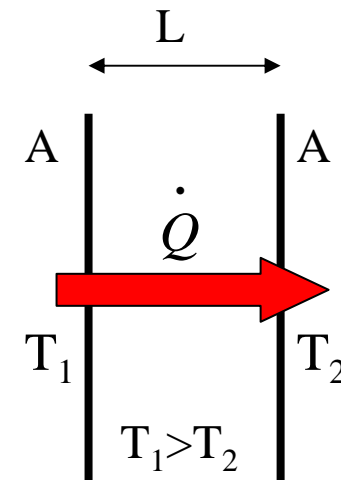


\dot{Q} Potenza termica trasmessa [W]

$$1 \text{ W} = 0.86 \text{ kcal/h} \quad 1 \text{ kcal/h} = 1.16 \text{ W}$$

$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A}$ Flusso termico trasmesso [W/m²]
(calore trasmesso per unità di tempo e di superficie)

La potenza termica che si propaga per conduzione tra due diverse regioni di un corpo (ad es. le facce di una parete piana) dipende dalla geometria (forma e dimensioni) del corpo, dalle proprietà termofisiche del corpo e dalla differenza di temperatura tra le due regioni considerate.



Conduzione termica

Ipotesi semplificativa: **Flusso monodimensionale**

Postulato di Fourier per la conduzione termica

$$\dot{q}_x = -\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x}$$

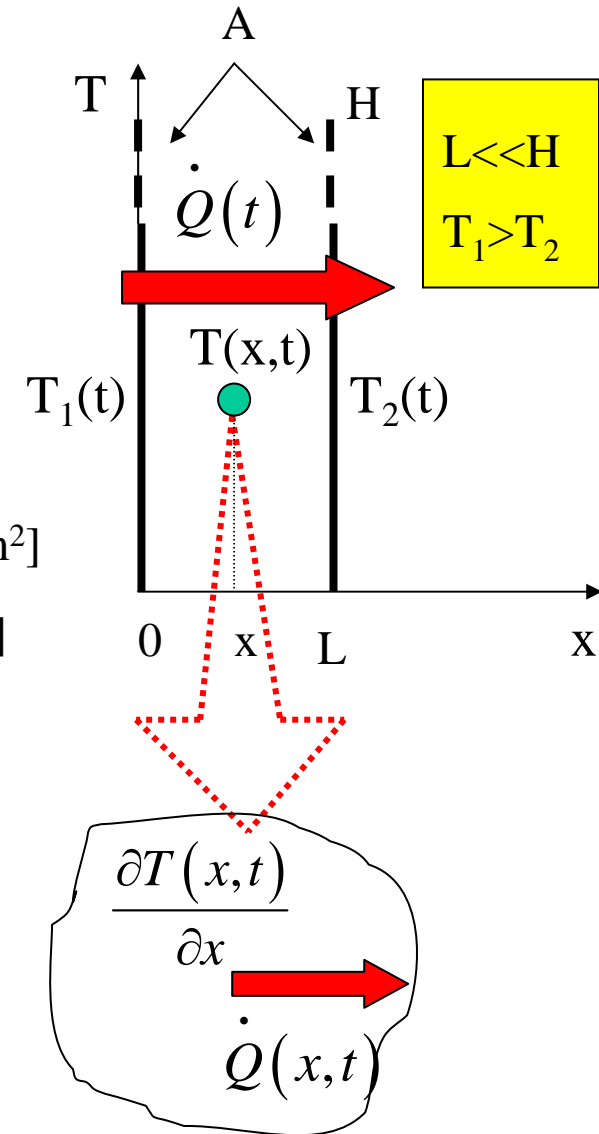
\dot{q}_x = potenza termica trasmessa per conduzione nel punto x [W/m²]

$\lambda(x)$ = conducibilità termica del materiale nel punto x [W/(m·K)]

$\partial T / \partial x$ = gradiente di temperatura nel punto x [K/m]

N.B. Nel caso tridimensionale $\dot{q}_x = -\lambda \vec{\nabla} T$

$$\vec{\nabla} T \equiv \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$



CONDUCIBILITA' TERMICA DEI MATERIALI

Conducibilita' termica λ

Potenza termica che si trasmette attraverso uno spessore unitario di materiale per unità di superficie e per una differenza di temperatura unitaria.

λ elevato

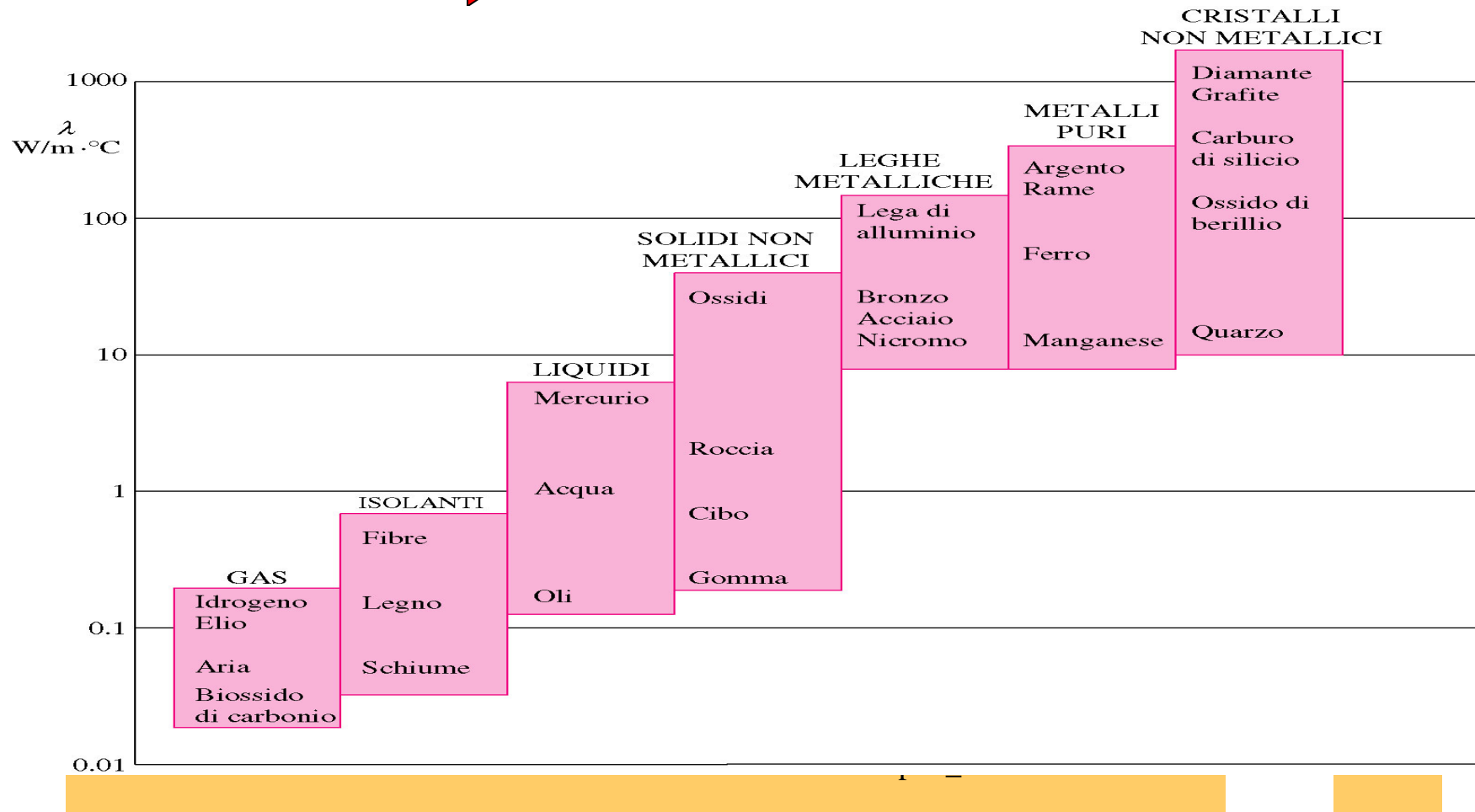


Il materiale è un **buon conduttore** di calore

λ basso



Il materiale è un **buon isolante** termico



Conducibilità termica dei materiali

CONDUTTORI TERMICI

$$\lambda \geq 10 \text{ W/(m K)}$$

Materiale (T = 300 K)	ρ [kg/m ³]	λ [W/m K]	Materiale (T = 300 K)	ρ [kg/m ³]	λ [W/m K]
Argento	10500	430	Ferro	7870	80
Rame	8900	400	Acciaio al carbonio (AISI1010)	7854	60
Bronzo (10% Alluminio)	8800	50	Acciaio inox (AISI 302)	8055	15
Ottone (30% Zinco)	8920	23	Nichel	8900	91
Costantana (45% Nichel)	5360	60	Nicromo (20% Cromo)	8400	12
Oro	19300	317	Inconel (15% Cromo, 7% Ferro)	8510	12
Alluminio	2700	240	Piombo	11340	35
Lega leggera 2024-T6	2770	177	Uranio	19070	28
Tungsteno	19300	174	Titanio	4500	22

Conducibilità termica dei materiali

ISOLANTI TERMICI

$$\lambda \leq 0.1 \text{ W/(m K)}$$

Materiale (T = 300 K)	ρ [kg/m ³]	λ [W/m K]	Materiale (T = 300 K)	ρ [kg/m ³]	λ [W/m K]
Fibra di vetro	16	0.046	Sughero (granuli)	160	0.045
	40	0.035	Sughero (pannello)	120	0.039
Fibra minerale	35	0.046	Cotone (tessuto)	80	0.06
	55	0.036	Asfalto	2115	0.062
Polistirolo espanso	25	0.035	Neve (273 K)	110	0.050
	55	0.027	Foglio di alluminio e carta vetrata; 75- 150 strati, sottovuoto	120	0.00002
Vermiculite (scaglie)	80	0.068			
Uretano (schiumato)	70	0.026	Aria (in quiete)	0°C, 1 bar	0.024
				38°C, 1 bar	0.027

Conducibilità termica dei materiali

MATERIALI DA COSTRUZIONE

$$0.1 < \lambda < 10 \text{ W/(m K)}$$

Materiale (T = 300 K)	ρ [kg/m ³]	λ [W/m K]	Materiale (T = 300 K)	ρ [kg/m ³]	λ [W/m K]
Laterizio pieno	1920	0.72	Granito	2630	2.79
Blocco forato		0.52	Calcere	2320	2.15
Blocco calcestruzzo		1.0	Marmo	2680	2.80
Calcestruzzo	2300	1.4	Sabbia	1515	0.27
Intonaco cemento	1860	0.72	Terreno argilloso	1500	1.4
Intonaco gesso	1680	0.22	Ghiaccio (273 K)	920	2.2
Vetro (lastra)	2500	1.4	Neve (273 K)	200	0.12
Teflon	2200	0.35	Legno di pino	640	
Cloruro di polivinile	1350	0.17	⊥ alle fibre		0.11
Gomma	1198	0.15	= alle fibre		0.24

Conducibilità termica dei materiali

MATERIALI BIOLOGICI

$$0.1 < \lambda < 10 \text{ W/(m K)}$$

Materiale (T = 300 K)	ρ [kg/m ³]	λ [W/m K]	Materiale (T = 300 K)	ρ [kg/m ³]	λ [W/m K]
Tessuto umano			Prodotti alimentari		
pelle		0.37	Banana (H ₂ O 75.7%)	980	0.48
strato grasso		0.2	Mela (H ₂ O 75%)	840	0.51
muscolo		0.41	Torta pasta	720	0.22
			Torta cotta	280	0.12
			Carne di pollo (H ₂ O 74.4%)		
			198 K		1.60
			273 K		0.48
			293		0.49

DIFFUSIVITA' TERMICA DEI MATERIALI

λ → **Conducibilità termica:**
Esprime l'attitudine di un materiale a condurre il calore.

ρc_p → **Capacità termica specifica:**
esprime l'attitudine di un materiale ad accumulare energia termica.
 c_p (J/kg·K) la esprime per unità di massa;
 ρc_p (J/m³·K) la esprime per unità di volume

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} = \frac{\text{calore trasmesso per conduzione}}{\text{calore immagazzinato}} = \text{diffusività termica}$$

Diffusività termica [m²/s]:

Un alto valore di diffusività termica indica una veloce propagazione del calore, mentre un valore basso indica che il calore è prevalentemente accumulato.

La diffusività termica è importante nello studio della conduzione termica in regime variabile nel tempo.

Diffusività termica dei materiali

Diffusività termica di materiali (a temperatura ambiente)			
Materiale	α (m ² /s)	Materiale	α (m ² /s)
Argento	149 10 ⁻⁶	Calcestruzzo	0.75 10 ⁻⁶
Oro	127 10 ⁻⁶	Laterizio	0.52 10 ⁻⁶
Rame	113 10 ⁻⁶	Terreno (pesante secco)	0.52 10 ⁻⁶
Alluminio	97.5 10 ⁻⁶	Vetro	0.34 10 ⁻⁶
Ferro	22.8 10 ⁻⁶	Lana di vetro	0.23 10 ⁻⁶
Aria (pressione atm)	22.1 10 ⁻⁶	Acqua (liquida)	0.14 10 ⁻⁶
Mercurio (liquido)	4.7 10 ⁻⁶	Carne di manzo	0.14 10 ⁻⁶
Marmo	1.2 10 ⁻⁶	Legno (quercia)	0.13 10 ⁻⁶

CONDUZIONE TERMICA IN REGIME STAZIONARIO

Condizione termica stazionaria

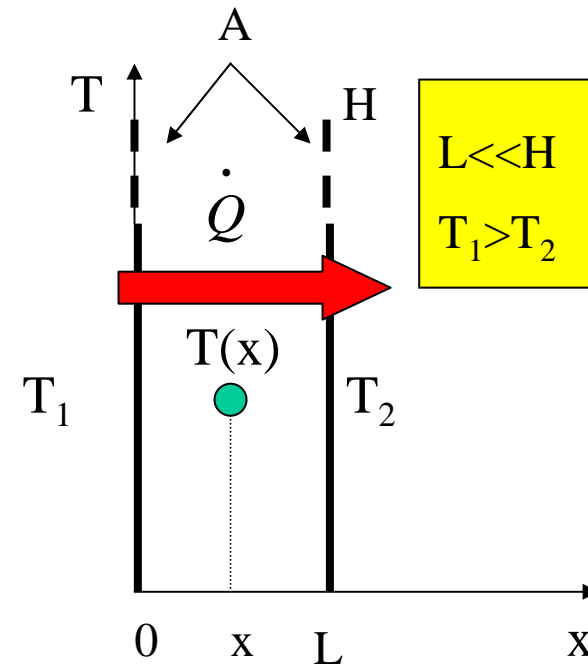
Tutte le grandezze, quindi in particolare la distribuzione di temperatura e la potenza termica trasmessa, non variano nel tempo.

Postulato di Fourier $\dot{q}_x = -\lambda \vec{\nabla} T$

dove $\vec{\nabla} T \equiv \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z} \right)$

Nel caso monodimensionale

$$\dot{q}_x = -\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \qquad \dot{q}_x = -\lambda \frac{dT(x)}{dx}$$



Conduzione termica in regime stazionario

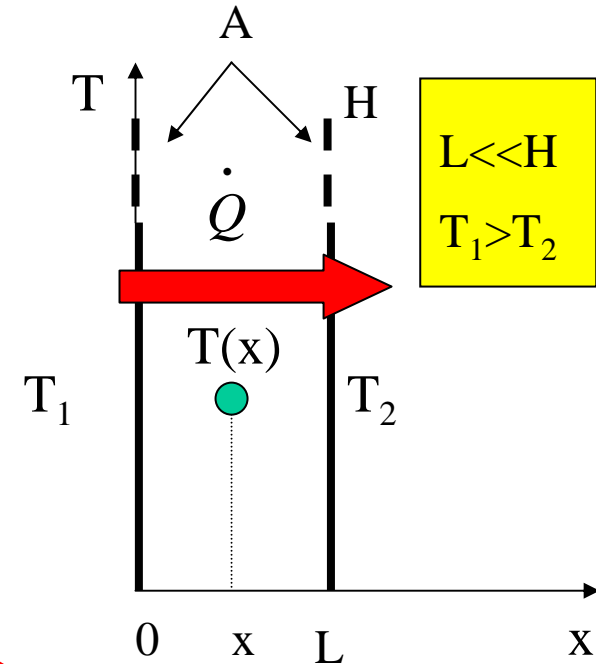
Parete a facce piane e parallele (strato piano)

Ipotesi semplificative

- 1) Regime stazionario
- 2) Flusso monodimensionale, ovvero parete indefinita ovvero parete finita con $L \ll H$ e effetti di bordo trascurabili

$$\dot{Q} = \dot{q} A = -\lambda A \frac{dT}{dx}$$

$$\frac{\dot{Q}}{\lambda A} dx = -dT \quad \int_0^L \frac{\dot{Q}}{\lambda A} dx = -\int_{T_1}^{T_2} dT$$



Ipotesi semplificative:

3) $\lambda = \text{costante}$ \longleftrightarrow Mezzo omogeneo

4) $\dot{Q} = \text{costante}$ \longleftrightarrow Stato stazionario + assenza di generazione interna

$$\frac{\dot{Q}}{\lambda A} \int_0^L dx = -\int_{T_1}^{T_2} dT$$

Conduzione termica in regime stazionario

Parete a facce piane e parallele (strato piano)

$$\frac{\dot{Q}}{\lambda A} \int_0^L dx = - \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$\frac{\dot{Q}}{\lambda A} [x]_0^L = - [T]_{T_1}^{T_2}$$

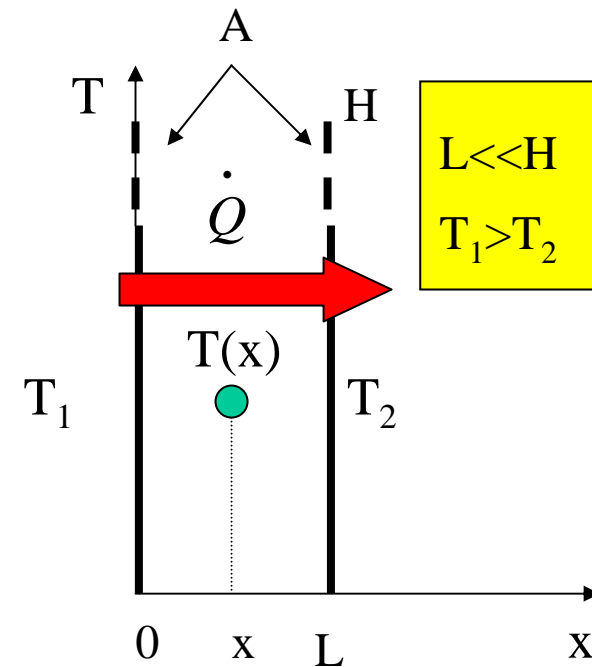
$$\frac{\dot{Q}}{\lambda A} L = -(T_2 - T_1)$$

$$\dot{Q} = \frac{\lambda A}{L} (T_1 - T_2)$$

Ponendo

$$\Delta T = T_1 - T_2$$

$$\dot{Q} = \frac{\lambda A}{L} \Delta T$$



Nei limiti di validità delle ipotesi semplificative fatte, la potenza termica per conduzione attraverso una parete piana è:

- direttamente proporzionale alla conducibilità termica del materiale, all'area della superficie frontale della parete e alla differenza di temperatura tra le facce;
- inversamente proporzionale allo spessore della parete.

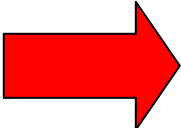
Conduzione termica in regime stazionario

Per quanto riguarda l'ipotesi 4) si ricava dal 1° principio della termodinamica (in assenza di lavoro scambiato):

Potenza termica entrante	-	Potenza termica uscente	+	Potenza termica generata	=	Variazione nel tempo della energia interna
-----------------------------	---	----------------------------	---	-----------------------------	---	---

$$\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out} = \frac{dU}{dt}$$

Allo stato stazionario la variazione di energia interna è nulla $\frac{dU}{dt} = 0$

 $\dot{Q}_{in} = \dot{Q}_{out}$ Ovvero il flusso termico che attraversa la parete è costante $\dot{Q} = \text{costante}$

Conduzione termica in regime stazionario

Distribuzione di temperatura all'interno della parete

$$\dot{Q} = \text{costante} \quad \dot{Q} = -\lambda A \frac{dT}{dx} = \text{costante}$$

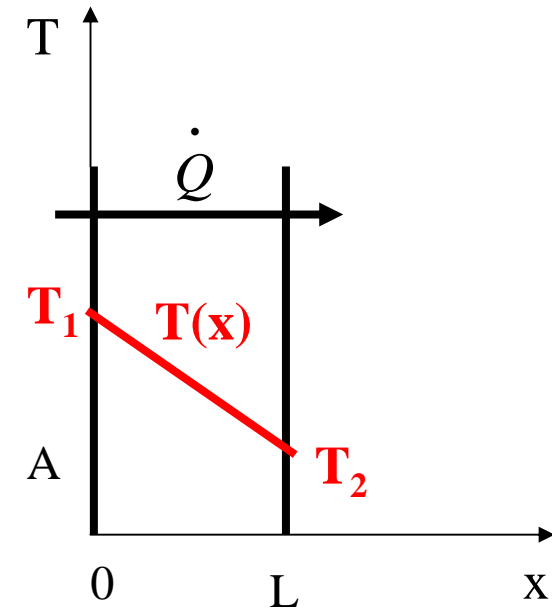
$$\frac{dT}{dx} = c_1 \quad \frac{dT}{dx} = c_1 \quad dT = c_1 dx$$

$$\int dT = \int c_1 dx \quad T(x) = c_1 x + c_2$$

$$x = 0 \quad T(0) = c_2 = T_1$$

$$x = L \quad T(L) = c_1 L + T_1 = T_2$$

$$T(x) = T_1 - (T_1 - T_2) \frac{x}{L}$$



$$c_1 = -\frac{(T_1 - T_2)}{L}$$

La temperatura all'interno della parete decresce linearmente da T_1 a T_2 .

ANALOGIA ELETTRICA

La relazione che permette di calcolare la potenza termica attraverso una parete piana ha la stessa struttura della legge di Ohm per la conduzione di corrente elettrica in una resistenza.

$$I = G\Delta V = \frac{\Delta V}{R} \longrightarrow R = \frac{1}{G}$$

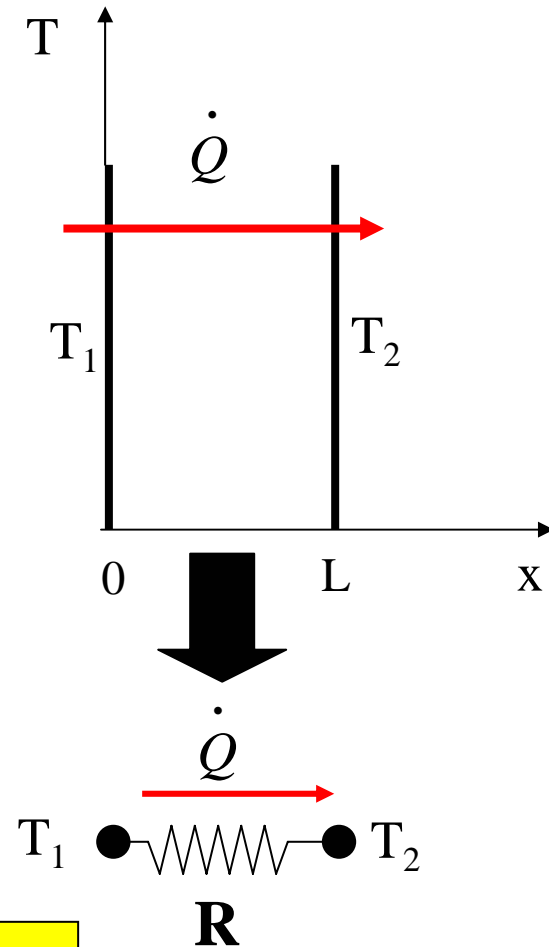
Conduzzanza elettrica
Resistenza elettrica

$$\dot{Q} = \frac{\lambda A}{L} \Delta T$$

Conduzzanza termica $G = \frac{\lambda A}{L}$

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{L/\lambda A}$$

Resistenza termica $R = \frac{L}{\lambda A}$



Analogia elettrica: strato piano

Conduttanza termica
conduttiva

$$G_k = \frac{\lambda A}{L} = \frac{\dot{Q}}{\Delta T} \quad \left[\frac{W}{K} \right]$$

Conduttanza termica
conduttiva unitaria

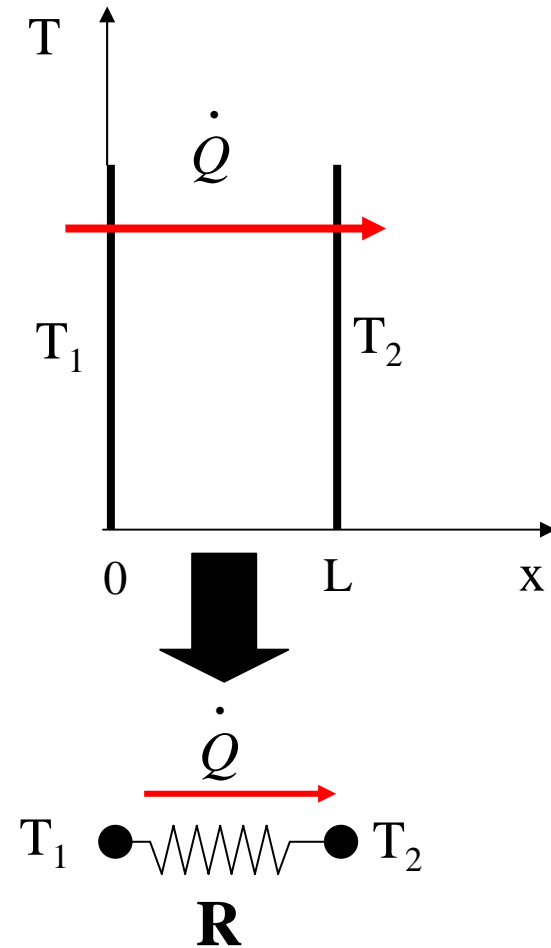
$$G_{k,u} = \frac{\lambda}{L} = \frac{\dot{Q}}{A \Delta T} \quad \left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$

Resistenza termica
conduttiva

$$R_k = \frac{L}{\lambda A} = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} \quad \left[\frac{K}{W} \right]$$

Resistenza termica
conduttiva unitaria

$$R_{k,u} = \frac{L}{\lambda} = \frac{A \Delta T}{\dot{Q}} \quad \left[\frac{m^2 K}{W} \right]$$



Analogia elettrica: resistenze termiche in serie

Resistenze termiche in serie

N resistenze si dicono collegate in serie se sono tutte attraversate dalla stessa potenza termica

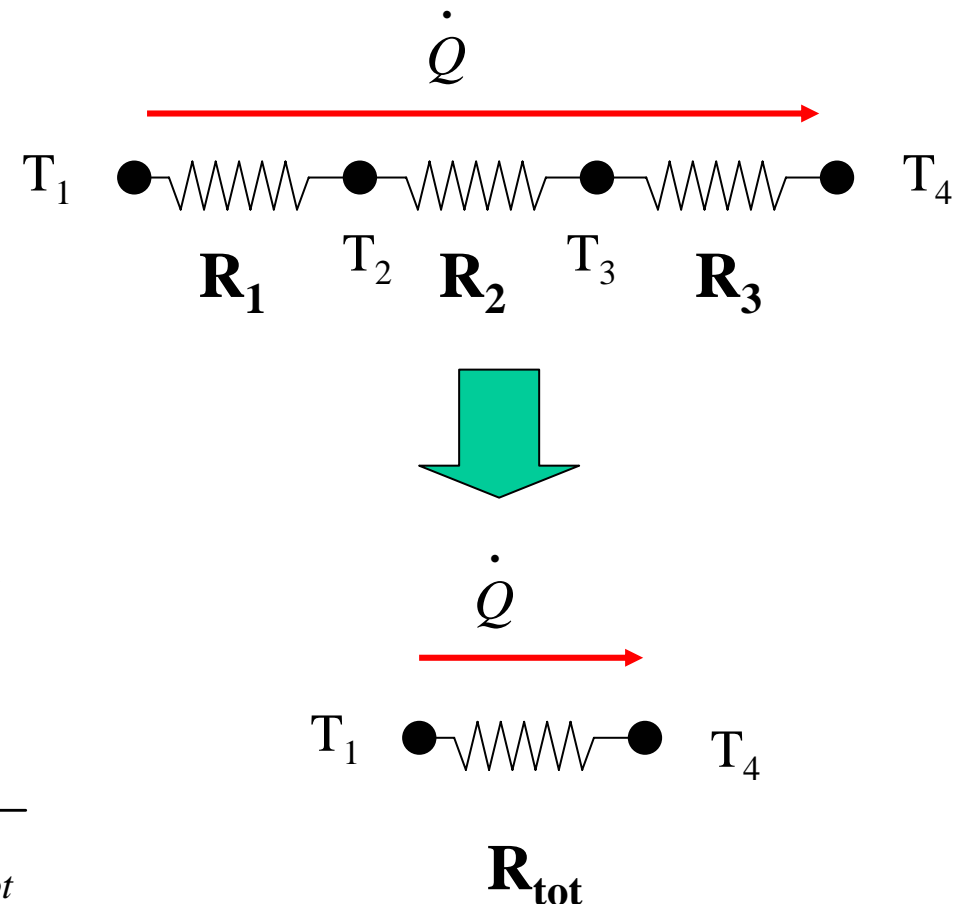
$$R_{tot} = \sum_{n=1}^N R_n$$

$$G_{tot} = \frac{1}{R_{tot}}$$

Se $A_1 = A_2 = \dots = A_n = \dots = A_N$

$$R_{u,tot} = \sum_{n=1}^N R_{u,n}$$

$$G_{u,tot} = \frac{1}{R_{u,tot}}$$



Analogia elettrica: resistenze termiche in parallelo

Resistenze termiche in parallelo

N resistenze si dicono collegate in parallelo se ai loro capi hanno tutte la stessa differenza di temperatura.

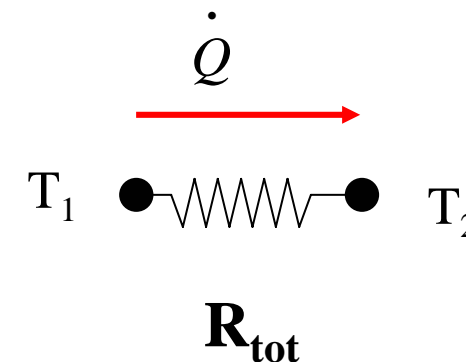
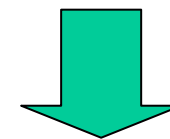
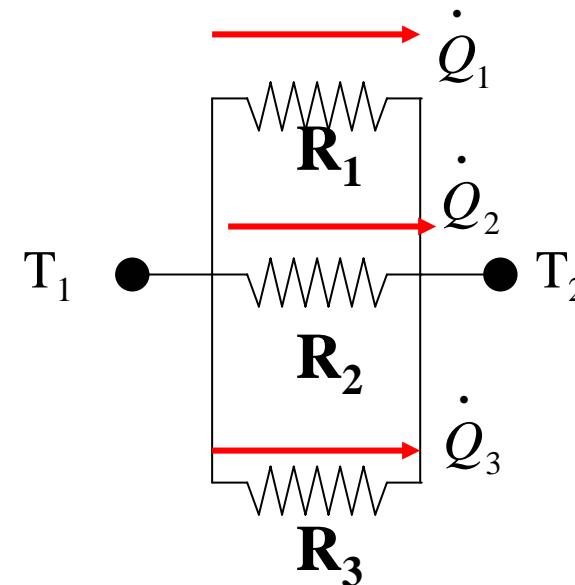
$$G_{tot} = \sum_{n=1}^N G_n$$

$$R_{tot} = \frac{1}{G_{tot}}$$

Se $A_1 = A_2 = \dots = A_n = \dots = A_N$

$$G_{u,tot} = \sum_{n=1}^N G_{u,n}$$

$$R_{u,tot} = \frac{1}{G_{u,tot}}$$



Conduzione termica in regime stazionario

Esempio 1

Determinare la potenza termica trasmessa per unità di superficie attraverso uno strato piano di spessore $L = 1 \text{ cm}$, tra le cui facce viene mantenuta una differenza di temperatura $\Delta T = 1^\circ\text{C}$, nel caso in cui esso sia costituito da:

a) Rame b) Calcestruzzo c) Lana di vetro ($\rho = 40 \text{ kg/m}^3$)

$$\dot{Q}_k = \frac{\Delta T}{R_k} \qquad R_k = \frac{L}{A \lambda} = \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ m}^2 \lambda} = \frac{10^{-2} \text{ m}^{-1}}{\lambda}$$

a) $\lambda_{\text{rame}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$ $R_{k,\text{rame}} = \frac{10^{-2} \text{ m}^{-1}}{\lambda} = \frac{10^{-2} \text{ m}^{-1}}{400 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} = 2.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{K}}{\text{W}}$

$$\dot{Q}_{k,\text{rame}} = \frac{\Delta T}{R_{k,\text{rame}}} = \frac{1 \text{ K}}{2.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{K}}{\text{W}}} = 40 \cdot 10^3 \text{ W} = 40 \text{ kW}$$

Conduzione termica in regime stazionario

Esempio 1 (continua)

$$\text{b) } \lambda_{cls} = 1.4 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad R_{k,cls} = \frac{10^{-2} \text{ m}^{-1}}{\lambda} = \frac{10^{-2} \text{ m}^{-1}}{1.4 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} = 7.1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$\dot{Q}_{k,cls} = \frac{\Delta T}{R_{k,cls}} = \frac{1 \text{ K}}{7.1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{K}}{\text{W}}} = 140.0 \text{ W} = 0.140 \text{ kW}$$

$$\text{a) } \lambda_{ldv} = 0.035 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad R_{ldv} = \frac{10^{-2} \text{ m}^{-1}}{\lambda} = \frac{10^{-2} \text{ m}^{-1}}{0.035 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} = 0.29 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$\dot{Q}_{k,ldv} = \frac{\Delta T}{R_{k,ldv}} = \frac{1 \text{ K}}{2.9 \frac{\text{K}}{\text{W}}} = 3.5 \text{ W}$$

Conduzione termica in regime stazionario

Esempio 2

Un isolante termico, costituito da materiale fibroso, è assimilabile ad uno strato piano a facce parallele avente spessore $L=0,5\text{cm}$ e superficie frontale $A=1,8\text{m}^2$. Se tra le facce si applica una differenza di temperatura $\Delta T=10^\circ\text{C}$, si ha la trasmissione di una potenza termica di 120W .

Determinare la conducibilità termica del materiale e la resistenza termica unitaria dello strato di isolante.

$$\dot{Q}_k = \frac{\lambda}{L} A \Delta T \quad \longrightarrow \quad \lambda = \frac{\dot{Q} L}{A \Delta T} = \frac{120\text{W} \cdot 0,5 \cdot 10^{-2}\text{m}}{1,8\text{m}^2 \cdot 10^\circ\text{C}} = 0,033 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}} = 0,033 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

$$R_{u,k} = \frac{L}{\lambda} = \frac{0,5 \cdot 10^{-2}\text{m}}{0,033 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} \approx 0,15 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}}$$

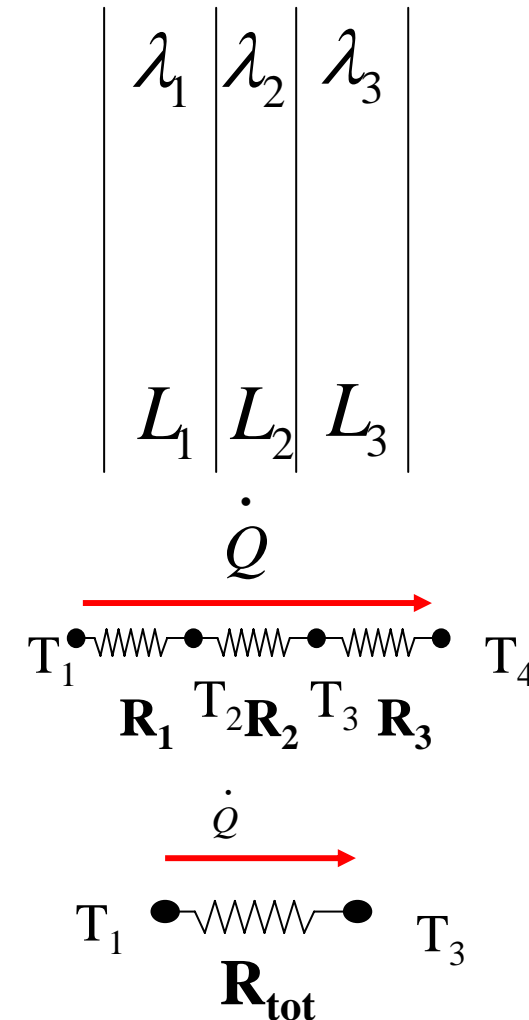
$$\left\{ \begin{array}{l} R_k = \frac{R_{u,k}}{A} \approx 0,15 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}} \frac{1}{1,8\text{m}^2} = 0,083 \frac{\text{K}}{\text{W}} \\ G_K = \frac{1}{R_k} = \frac{1}{0,083 \frac{\text{K}}{\text{W}}} \approx 12 \frac{\text{W}}{\text{K}} \end{array} \right.$$

Conduzione termica in regime stazionario

Esempio 3

Una superficie vetrata a vetrocamera è costituita da due lastre di vetro di 3 mm di spessore, separate da una intercapedine d'aria di 2 mm di spessore. Ipotizzando che il flusso termico sia stazionario e monodimensionale e che l'aria nella intercapedine sia in quiete, calcolare:

- a) La resistenza termica unitaria conduttiva della superficie vetrata
- b) La potenza termica trasmessa per unità di superficie vetrata ipotizzando che la differenza di temperatura tra le sue facce sia di 15 °C.



Conduzione termica in regime stazionario

Esempio 3 (continua)

$$a) \quad \lambda_{\text{vetro}} = 1.4 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad R_{u,\text{vetro}} = R_{u,1} = R_{u,3} = \frac{L_{\text{vetro}}}{\lambda_{\text{vetro}}} = \frac{310^{-3} \text{ m}}{1.4 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} = 2.1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}$$

$$\lambda_{\text{aria}} = 0.025 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad R_{u,\text{aria}} = R_{u,2} = \frac{L_{\text{aria}}}{\lambda_{\text{aria}}} = \frac{210^{-3} \text{ m}}{0.025 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} = 0.08 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{u,\text{tot}} = R_{u,1} + R_{u,2} + R_{u,3} = 0.0842 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}} \quad G_{u,\text{tot}} = \frac{1}{R_{u,\text{tot}}} = 11.9 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

$$b) \quad \dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\Delta T}{R_{u,\text{tot}}} = \frac{15 \text{ K}}{0.0842 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}} = 178 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Conduzione termica in regime stazionario

Esempio 3 (continua)

$$b) \quad \dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\Delta T}{R_{u,tot}} = \frac{15 \text{ K}}{0.0842 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}} = 178 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Possiamo confrontare la vetrocamera con una superficie vetrata costituita da una lastra di vetro di spessore uguale a 6 mm, senza intercapedine d'aria.

$$R_{u,tot} = R_{u,1} + R_{u,3} = \frac{6 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1.4 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} = 0.0042 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}} \quad G_{u,tot} = \frac{1}{R_{u,tot}} = 238 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\Delta T}{R_{u,tot}} = \frac{15 \text{ K}}{0.0042 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}} = 3571 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Analogia elettrica: Strato sferico

Strato fra due sfere concentriche (strato sferico)

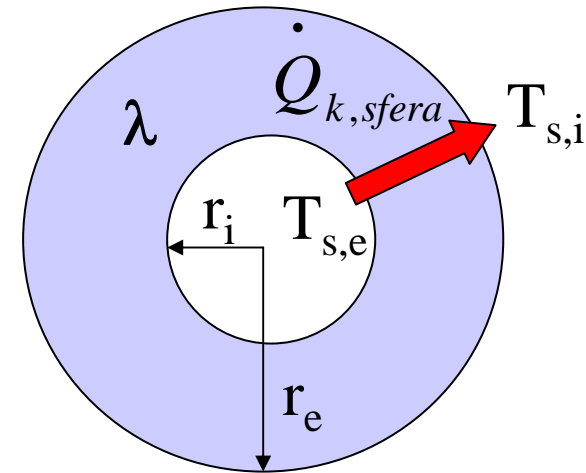
Ipotesi
semplificative

- 1) Regime stazionario
- 2) Flusso monodimensionale

Postulato di Fourier
in coordinate sferiche

$$\dot{Q}_{k,sfera} = -\lambda A(r) \frac{dT(r)}{dr}$$

dove $A(r) = 4\pi r^2$



$$\frac{\dot{Q}_{k,sfera}}{4\pi r^2} dr = -\lambda dT \quad \longrightarrow \quad \int_{r_i}^{r_e} \frac{\dot{Q}_{k,sfera}}{4\pi r^2} dr = -\int_{T_{si}}^{T_{se}} \lambda dT$$

Ipotesi semplificative:

3) Mezzo omogeneo

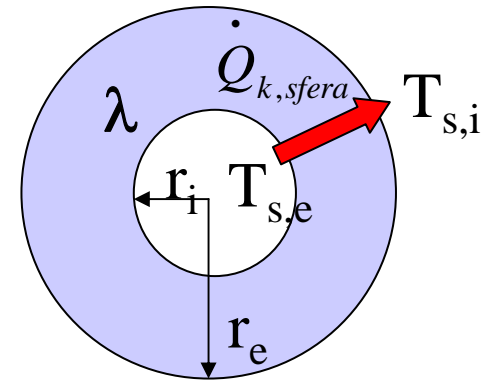
4) Assenza di generazione interna

$$\frac{\dot{Q}_{k,sfera}}{4\pi} \int_{r_i}^{r_e} \frac{dr}{r^2} = -\lambda \int_{T_{si}}^{T_{se}} dT$$

Analogia elettrica: Strato sferico

$$\frac{\dot{Q}_{k,sfera}}{4\pi} \int_{r_i}^{r_e} \frac{dr}{r^2} = -\lambda \int_{T_{si}}^{T_{se}} dT$$

$$\frac{\dot{Q}_{k,sfera}}{4\pi} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_i}^{r_e} = -\lambda (T_{se} - T_{si})$$



$$\frac{\dot{Q}_{k,sfera}}{4\pi} \left(-\frac{1}{r_e} + \frac{1}{r_i} \right) = -\lambda (T_{se} - T_{si})$$

$$\frac{\dot{Q}_{k,sfera}}{4\pi} \left(\frac{r_e - r_i}{r_e r_i} \right) = \lambda (T_{si} - T_{se})$$

$$\dot{Q}_{k,sfera} = \frac{T_{si} - T_{se}}{\frac{r_e - r_i}{4\pi r_e r_i \lambda}} = \frac{T_{si} - T_{se}}{R_{k,sfera}}$$

Resistenza conduttiva di uno
STRATO SFERICO

$$R_{k,sfera} = \frac{r_e - r_i}{4\pi r_e r_i \lambda}$$

Analogia elettrica: Strato cilindrico

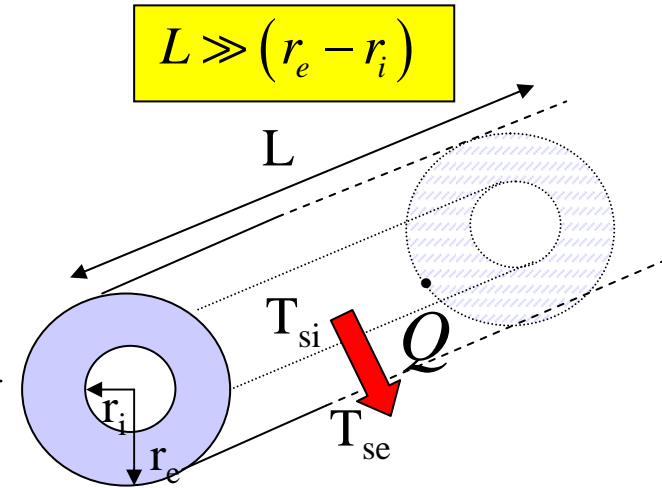
Strato fra due cilindri coassiali (strato cilindrico)

Ipotesi semplificative {
 1) Regime stazionario
 2) Flusso monodimensionale

Postulato di Fourier in coordinate cilindriche

$$\dot{Q}_{k,cilindro} = -\lambda A_{lat}(r) \frac{dT(r)}{dr}$$

dove $A(r) = 4\pi r^2$



$$\frac{\dot{Q}_{k,cilindro}}{2\pi r L} dr = -\lambda dT \quad \rightarrow \quad \int_{r_i}^{r_e} \frac{\dot{Q}_{k,cilindro}}{2\pi r L} dr = -\int_{T_{si}}^{T_{se}} \lambda dT$$

Ipotesi semplificative:

3) Mezzo omogeneo

4) Assenza di generazione interna

$$\frac{\dot{Q}_{k,cilindro}}{2\pi L} \int_{r_i}^{r_e} \frac{dr}{r} = -\lambda \int_{T_{si}}^{T_{se}} dT$$

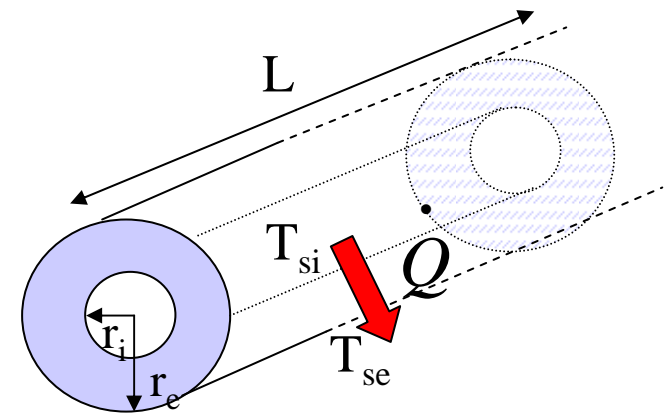
Analogia elettrica: Strato cilindrico

$$\frac{\dot{Q}_{k,cilindro}}{2\pi L} \int_{r_i}^{r_e} \frac{dr}{r} = -\lambda \int_{T_{si}}^{T_{se}} dT$$

$$\frac{\dot{Q}_{k,cilindro}}{2\pi L} [\ln r]_{r_i}^{r_e} = \lambda (T_{si} - T_{se})$$

$$\frac{\dot{Q}_{k,cilindro}}{2\pi L} \ln \left(\frac{r_e}{r_i} \right) = \lambda (T_{si} - T_{se})$$

$$\dot{Q}_{k,cilindro} = \frac{T_{si} - T_{se}}{\frac{1}{2\pi L \lambda} \ln \left(\frac{r_e}{r_i} \right)} = \frac{T_{si} - T_{se}}{R_{k,cilindro}}$$



Resistenza conduttiva di uno
STRATO CILINDRICO

$$R_{k,cilindro} = \frac{1}{2\pi L \lambda} \ln \left(\frac{r_e}{r_i} \right)$$

Conduzione termica in regime stazionario

Esempio 4

Un tubo di acciaio, avente raggio interno $r_{t,i} = 2.5$ cm e raggio esterno $r_{t,e} = 3.0$ cm, è rivestito con uno strato di materiale isolante di spessore $d_{isol} = 3.0$ cm e conduttività termica $\lambda = 0.03$ W/(m K). Sapendo che la temperatura della faccia interna del tubo è $T_{t,int} = 80^\circ\text{C}$ e che la temperatura della faccia esterna dell'isolante è $T_{is,ext} = 20^\circ\text{C}$, determinare la potenza termica per unità di lunghezza trasmessa per conduzione dall'interno verso l'esterno.

Dati

Tubo: $r_{t,i} = 2.5$ cm $r_{t,e} = 3.0$ cm $\lambda_t = 60 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$

Isolante: $r_{is,i} = r_{t,e} = 3.0$ cm $r_{is,e} = r_{is,i} + d_{is} = 6.0$ cm

$$\lambda_{isol} = 0.03 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

Conduzione termica in regime stazionario

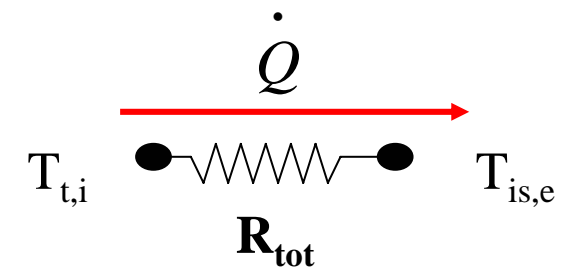
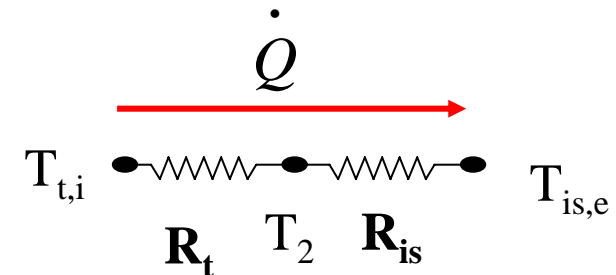
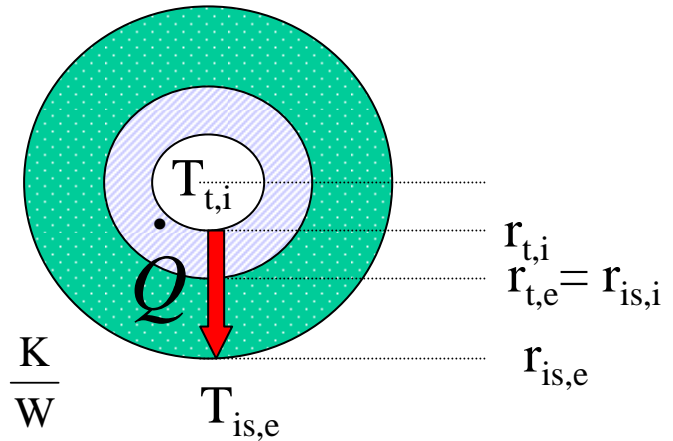
Esempio 4 (continua)

$$R_{k,tubo} = \frac{1}{2\pi L \lambda_{tubo}} \ln\left(\frac{r_{tubo,e}}{r_{tubo,i}}\right) = \frac{1}{2\pi \cdot 1 \text{ m} \cdot 60 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} \ln\left(\frac{3.0}{2.5}\right) = 0.0005 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{k,isol} = \frac{1}{2\pi L \lambda_{isol}} \ln\left(\frac{r_{isol,e}}{r_{isol,i}}\right) = \frac{1}{2\pi \cdot 1 \text{ m} \cdot 0.03 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} \ln\left(\frac{6.0}{3.0}\right) = 3.6773 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{k,tot} = (R_{k,tubo} + R_{k,isol}) = (0.0005 + 3.6773) \frac{\text{K}}{\text{W}} = 3.6778 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$\dot{Q}_k = \frac{T_{t,i} - T_{is,e}}{R_{k,tot}} = \frac{(80 - 20) \text{ K}}{3.6778 \frac{\text{K}}{\text{W}}} = 16.3 \text{ W}$$



IL FATTORE DI FORMA PER CONDUZIONE

La trattazione analitica dei casi considerati in precedenza risulta particolarmente semplice grazie alla ipotesi di monodimensionalità del flusso termico. Però, in molti casi di interesse ingegneristico tale approssimazione non è applicabile, per cui il flusso termico deve essere considerato bi- o tridimensionale

La trattazione di tali casi richiede la soluzione della equazione generale della conduzione.

Si può però ottenere semplici soluzioni approssimate nel caso di due superficie mantenute a temperature uniformi e costanti T_1 e T_2 utilizzando il metodo del fattore di forma per conduzione F :

$$\dot{Q}_k = F_k \cdot \lambda \cdot \Delta T$$

F_k = fattore di forma per conduzione

F_k ha le dimensioni di una lunghezza e dipende solo dalla geometria del sistema

I fattori di forma per conduzione sono stati calcolati per un certo numero di configurazioni.

Il fattore di forma per conduzione

$$\dot{Q}_k = F_k \cdot \lambda \cdot \Delta T$$

Strato piano

$$\dot{Q}_k = \frac{\lambda A}{L} \Delta T \quad \longrightarrow \quad F_k = \frac{A}{L}$$

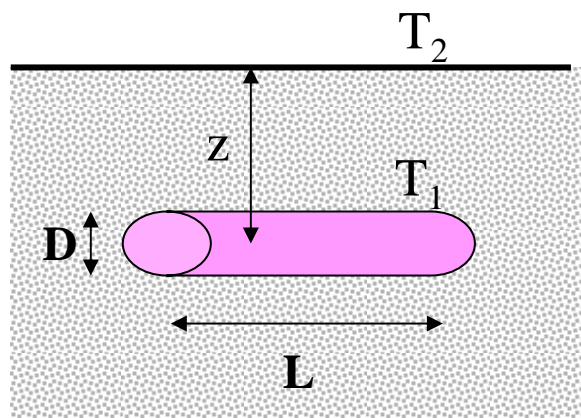
Strato sferico

$$\dot{Q}_k = \frac{4\pi r_e r_i}{r_e - r_i} \cdot \lambda \cdot \Delta T \quad \longrightarrow \quad F_k = \frac{4\pi r_e r_i}{r_e - r_i}$$

Strato cilindrico

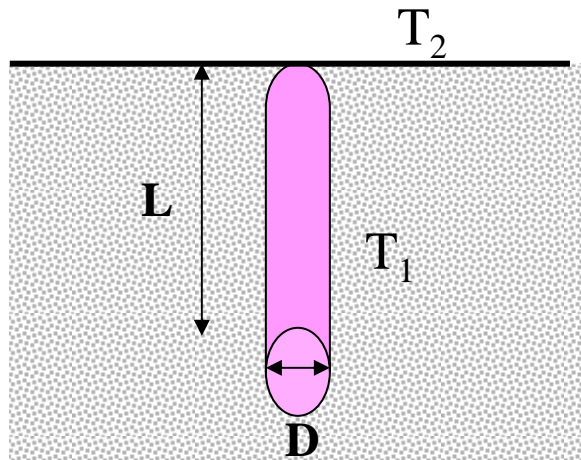
$$\dot{Q}_k = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)} \cdot \lambda \cdot \Delta T \quad \longrightarrow \quad F_k = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}$$

Il fattore di forma per conduzione



Cilindro orizzontale isoterma di lunghezza L
interrato in un mezzo semi-infinito
($L \gg D$ e $z > 1.5 D$)

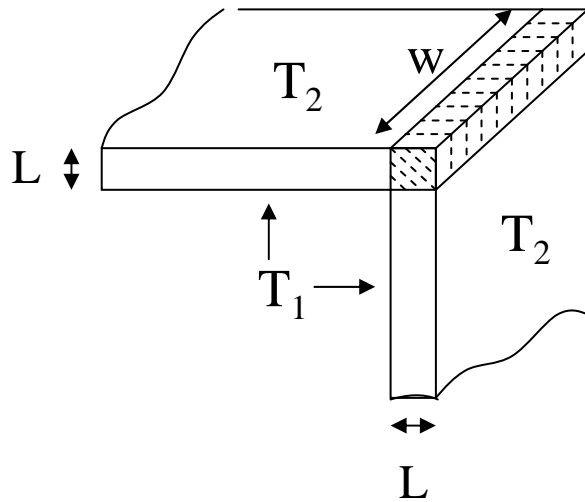
$$F_k = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{4z}{D}\right)}$$



Cilindro orizzontale isoterma di lunghezza L
interrato in un mezzo semi-infinito
($L \gg D$)

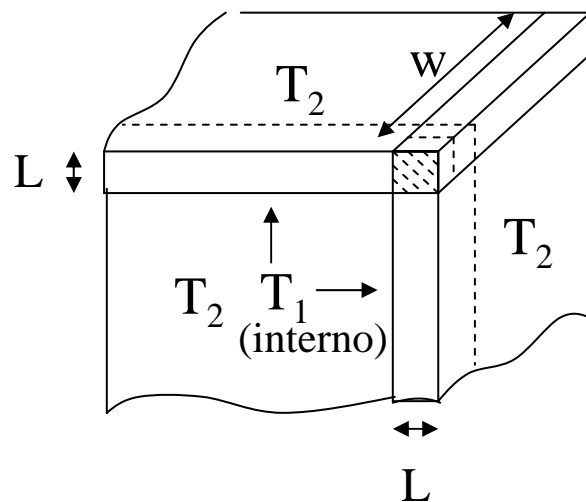
$$F_k = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{4L}{D}\right)}$$

Il fattore di forma per conduzione



Bordo di due pareti adiacenti di uguale spessore

$$F_k = 0.54w$$



Angolo di tre pareti di uguale spessore

$$F_k = 0.15L$$

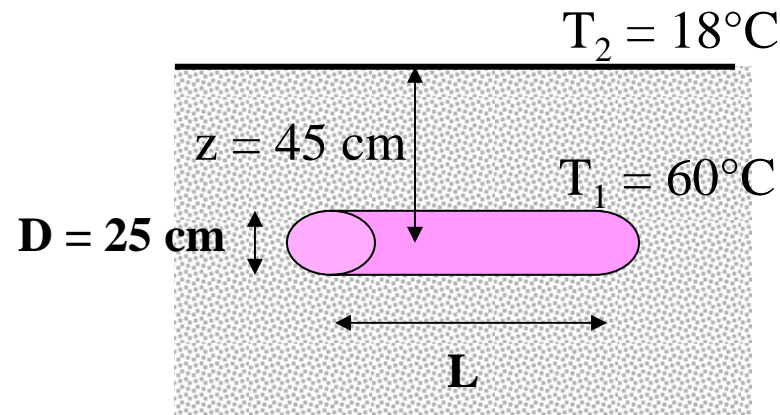
Il fattore di forma per conduzione

ESEMPIO 1

Il petrolio greggio spesso viene riscaldato prima del pompaggio al fine di ridurre la viscosità e quindi i costi di pompaggio.

Si consideri una condotta orizzontale costituita da tubi con diametro esterno $D = 25$ cm interrati ad una profondità $z = 45$ cm sotto la superficie del terreno. La temperatura della superficie esterna del tubo è $T_1 = 60^\circ\text{C}$ e la temperatura della superficie del suolo è $T_2 = 18^\circ\text{C}$.

Assumendo che la conduttività termica del terreno sia $\lambda = 0.125$ W/(m K), calcolare la potenza termica dissipata dal tubo per unità di lunghezza.

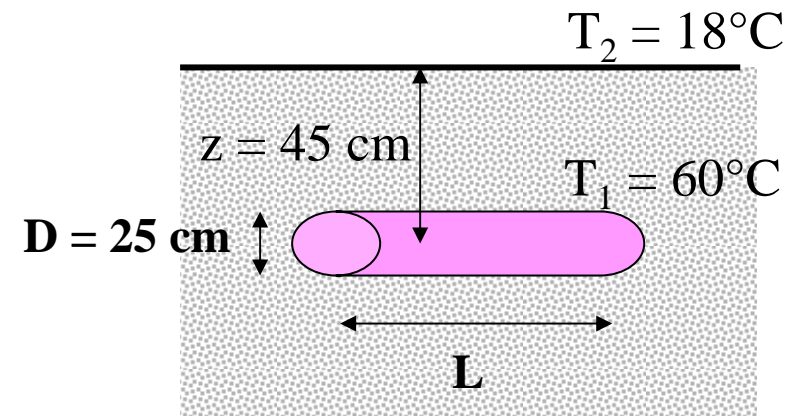


Il fattore di forma per conduzione

Esempio 1 (continua)

Assunzioni

- 1) Stato stazionario
- 2) Scambio termico bidimensionale: viene trascurato lo scambio termico assiale
- 3) Proprietà termofisiche uniformi e costanti
- 4) $L \gg D$



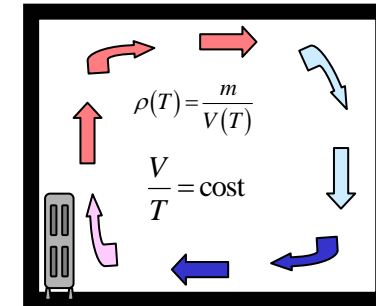
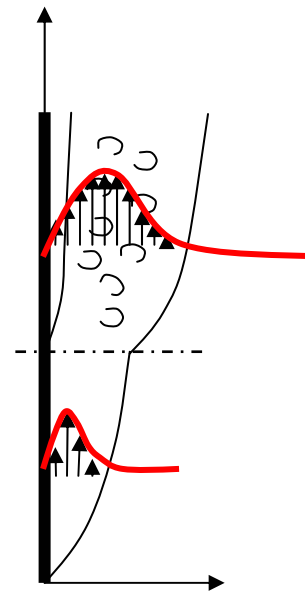
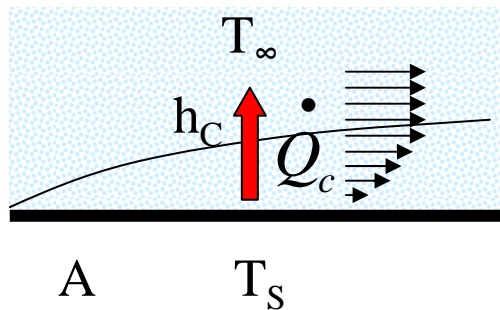
$$\dot{Q}_k = F_k \cdot \lambda \cdot \Delta T \quad F_k = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{4z}{D}\right)}$$

$$\frac{\dot{Q}_k}{L} = \frac{2\pi \cdot \lambda \cdot \Delta T}{\ln\left(\frac{4z}{D}\right)} = \frac{2\pi \cdot 0.125 \frac{\text{W}}{\text{m K}} \cdot (60 - 18) \text{ K}}{\ln\left(\frac{4 \cdot 0.45}{0.25}\right)} = 16.7 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

TERMODINAMICA E TERMOFLUIDODINAMICA

Cap. 9

TRASMISSIONE DEL CALORE PER CONVEZIONE



Cap. 9 – Trasmissione del calore per convezione

Indice

1. La convezione termica forzata e naturale
2. Legge di Newton per la convezione termica
3. Il coefficiente di scambio termico convettivo
4. I gruppi adimensionali per la convezione termica
5. Le correlazioni di uso pratico
 - 5.1 Flussi esterni in convezione forzata
 - 5.2 Flussi interni in convezione naturale
 - 5.3 Flussi interni in convezione forzata
6. Il modello resistivo per la convezione termica

LA CONVEZIONE TERMICA

Convezione termica

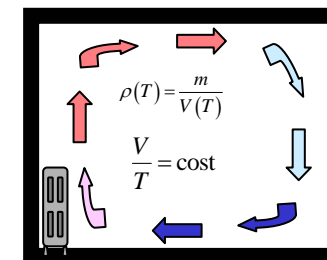
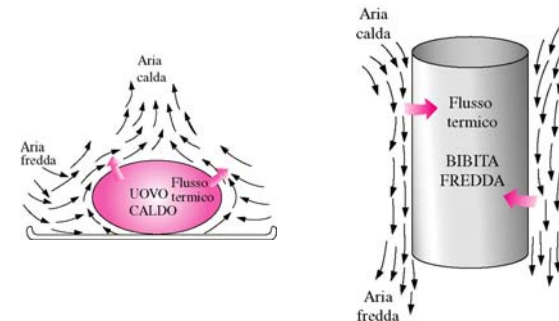
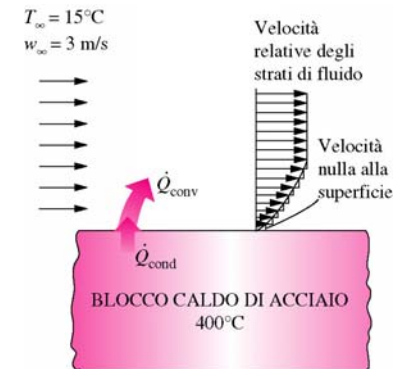
Trasmissione di calore in presenza di un fluido soggetto a trasporto di massa al suo interno

Convezione forzata

Il fluido, sotto la spinta generata da gradienti di pressione prodotti da una macchina operatrice (pompa, ventilatore), viene fatto scorrere su una superficie solida o all'interno di un condotto.

Convezione naturale o libera

Il moto del fluido è provocato da forze di galleggiamento generate dallo sbilanciamento (dovuto a gradienti di temperatura all'interno del fluido) tra spinta idrostatica e forza gravitazionale. Tali forze danno luogo a moti ascensionali del fluido più caldo e a moti discensionali del fluido freddo.



La convezione termica

La legge di Newton della convezione termica

$$\dot{Q}_c = h_c A \Delta T$$

ovvero

$$q = \frac{\dot{Q}}{A} = h_c \Delta T$$

dove

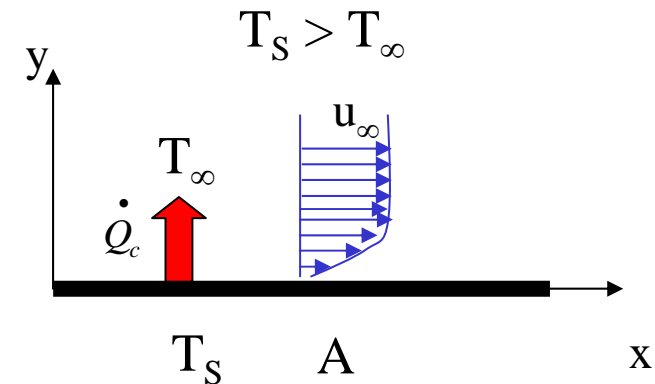
h = coefficiente di convezione [W/(m² K)]

A = area della superficie di scambio termico [m²]

T_s = temperatura della superficie [K] o [°C]

T_∞ = temperatura del fluido indisturbato [K] o [°C]

$T = |T_s - T_\infty|$



Il coefficiente convettivo h_c rappresenta la potenza termica scambiata tra una superficie solida e un fluido in moto relativo, per unità di superficie e per unità di differenza di temperatura

La convezione termica

ORDINE DI GRANDEZZA DI TIPICI h_c	
Condizione convettiva	h_c [W/(m² K)]
AERIFORME, convezione NATURALE	6 ÷ 30
AERIFORME, convezione FORZATA	30 ÷ 300
OLIO, convezione FORZATA	60 ÷ 1500
ACQUA, convezione FORZATA	300 ÷ 10000
ACQUA, in EBOLLIZIONE	3000 ÷ 60000
VAPORE ACQUEO, in CONDENSAZIONE	6000 ÷ 120000

Da cosa dipende h_c ?

- forma della superficie (piana, cilindrica, ecc)
- dimensioni della superficie (lunghezza caratteristica L (sup. piana) D (cilindro), ecc)
- tipo di convezione (forzata (u_∞), naturale ($T_s - T_\infty$))
- regime di flusso (laminare, turbolento, misto)
- tipo di fluido (proprietà del fluido: μ , ρ , λ_f , c_p)

La convezione termica

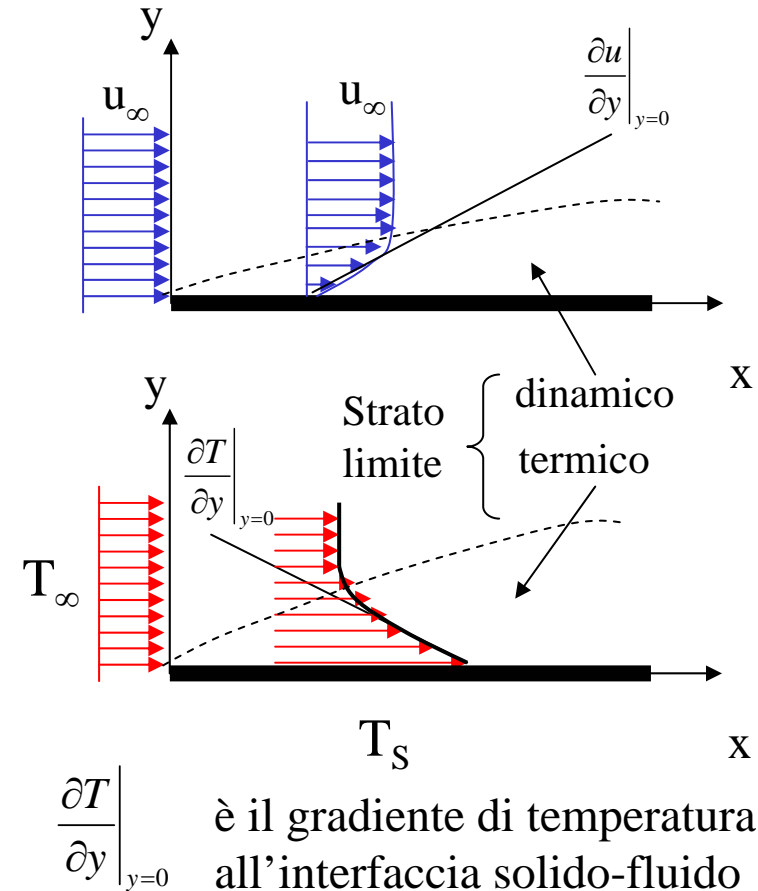
Come si può determinare h_c ?

Si è visto in precedenza che all'interfaccia solido-fluido le particelle di fluido a diretto contatto con la parete, per effetto degli intensi sforzi viscosi sono praticamente ferme. Allora lo scambio termico dalla superficie solida allo strato di fluido ad essa immediatamente adiacente avviene per conduzione pura, per cui:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}_c}{A} = -\lambda_{fluido} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = h_c (T_S - T_\infty)$$

$$h_c = \frac{-\lambda_{fluido} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{(T_S - T_\infty)}$$

In generale, sia il gradiente di temperatura che il coefficiente di scambio termico convettivo variano nella direzione del flusso: mediando opportunamente tali **valori locali** si ottiene il **coefficiente convettivo medio** (o globale)



La convezione termica

Nella trattazione della convezione termica (così come nella fluidodinamica) si utilizza il metodo di combinare le variabili da cui dipende il fenomeno, raggruppandole in numeri adimensionali.

In precedenza si è vista l'importanza del numero di Reynolds per caratterizzare il comportamento fluidodinamico di un fluido in moto forzato.

Numero di Reynolds

$$\text{Re}_L = \frac{u_\infty \rho L}{\mu} = \frac{u_\infty L}{\nu}$$

Numero di Reynolds locale

$$\text{Re}_x = \frac{u_\infty \rho x}{\mu} = \frac{u_\infty x}{\nu}$$

dove

u_∞ = velocità di flusso indisturbato

ρ = densità del fluido

μ = viscosità del fluido

$\nu = \mu/\rho$ = viscosità cinematica del fluido

L = lunghezza caratteristica della geometria

La convezione termica

Nel caso della convezione naturale si utilizza il numero di Grashof

Numero di Grashof

$$Gr_L = \frac{g \beta L^3 \Delta T}{\nu^2} \sim \frac{\text{Forze di galleggiamento}}{\text{Forze viscosive}}$$

dove

g = accelerazione di gravità

β = coefficiente di espansione del fluido

ΔT = differenza di temperatura tra superficie e fluido

ν = viscosità cinematica del fluido

Il numero di Grashof fornisce il principale criterio per stabilire in convezione naturale se il flusso è laminare o turbolento.

Es.

Lastra piana verticale

$$Gr_{critico} \approx 10^9$$



(a) Flusso laminare



(b) Flusso turbolento

La convezione termica

Numero di Prandtl

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$$

dove

μ = viscosità del fluido

c_p = calore specifico fluido

λ = conducibilità termica del fluido

ν = viscosità cinematica del fluido

α = diffusività termica del fluido

Il numero di Prandtl dipende solo dalle proprietà del fluido e può essere visto come il rapporto tra la capacità di trasporto di quantità di moto e la capacità di trasporto del calore ovvero come il rapporto tra gli spessori dello strato limite dinamico e termico.

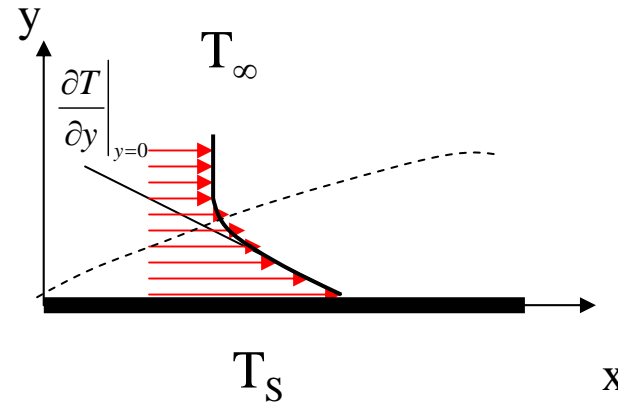
Tipici valori del numero di Prandtl

Metalli liquidi	0.004 ÷ 0.030	Fluidi organici leggeri	5 ÷ 50
Gas	0.7 ÷ 1.0	Oli	50 ÷ 100000
Acqua	1.7 ÷ 13.7	Glicerina	2000 ÷ 100000

LE CORRELAZIONI DI USO PRATICO

Il numero di Nusselt locale

$$Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda_f}$$



Il numero di Nusselt medio

$$\overline{Nu}_L = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_x dx$$

Il coefficiente di scambio termico convettivo

$$\overline{h} = \frac{\lambda_f \overline{Nu}_L}{L}$$

Convezione forzata

$$Nu = f(Re, Pr)$$

Convezione naturale

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

Le correlazioni di uso pratico

**Il coefficiente di scambio
termico convettivo**

$$\bar{h} = \frac{\lambda_f \overline{Nu}_L}{L}$$

Convezione forzata

$$Nu = f(Re, Pr)$$

Convezione naturale

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

Tali relazioni funzionali hanno, di solito, una struttura del tipo:

$$Nu = C Re^n Pr^m$$

$$Nu = C Gr^n Pr^m$$

dove C, n, m dipendono dalla forma della superficie e dal regime di flusso (laminare, turbolento, misto) .

Le correlazioni per lastra piana in convezione forzata

Flusso laminare $Re_x < 5 \cdot 10^5$ $Pr \geq 0,6$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda} = 0,332 \cdot Re_x^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$$

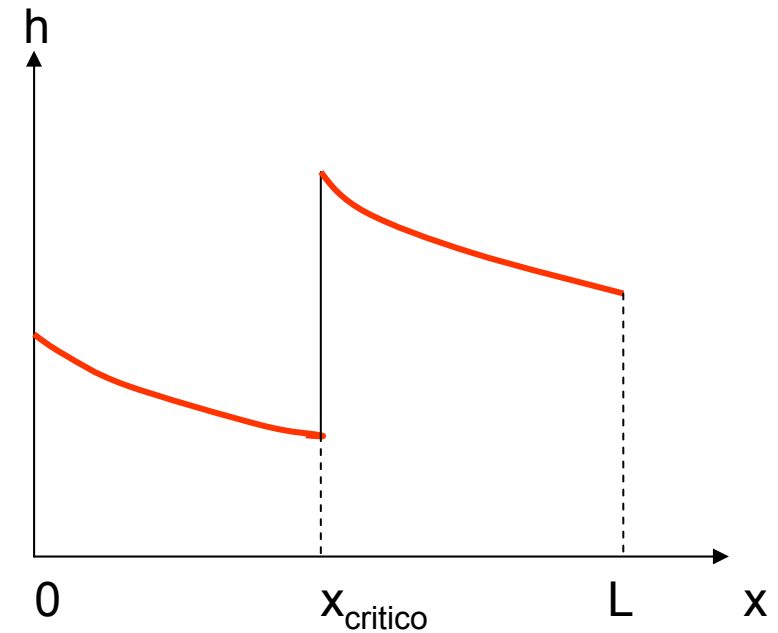
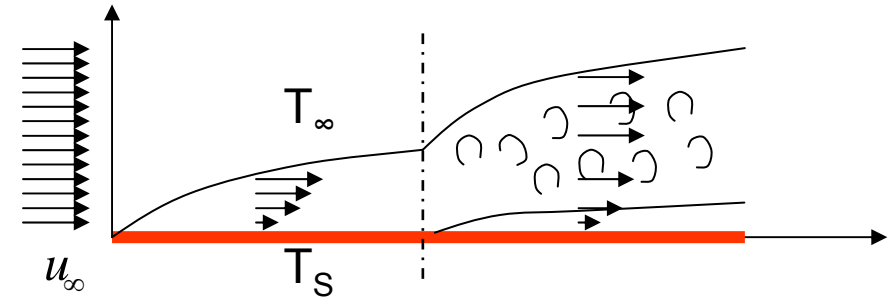
$$Nu_L = \frac{h_c L}{\lambda} = 0,664 \cdot Re_L^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$$

Flusso turbolento

$$5 \cdot 10^5 \leq Re_x \leq 10^7$$
$$0,6 \leq Pr \leq 60$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda} = 0,0296 \cdot Re_x^{4/5} \cdot Pr^{1/3}$$

$$Nu_L = \frac{h_c L}{\lambda} = 0,037 \cdot Re_L^{4/5} \cdot Pr^{1/3}$$



Le correlazioni per lastra piana in convezione forzata

Flusso misto laminare-turbolento $5 \cdot 10^5 \leq Re_x \leq 10^7$ $0,6 \leq Pr \leq 60$

$$h_c = \frac{1}{L} \left(\int_0^{x_{critico}} h_{x,laminare} dx + \int_{x_{critico}}^L h_{x,turbolento} dx \right)$$

$$Nu_L = \frac{h_c L}{\lambda} = (0,037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$$

Noto Nu_L \longrightarrow $h_c = \frac{\lambda_f Nu_L}{L}$ \longrightarrow $\dot{Q}_c = h_c A \Delta T$

La convezione termica

Esempio 1

Aria a temperatura ambiente fluisce, con velocità $u_\infty = 1 \text{ m/s}$, lungo una superficie solida assimilabile ad una lastra piana di area $A = 1.8 \text{ m}^2$ e lunghezza caratteristica $L = 1,7 \text{ m}$.

La differenza di temperatura tra superficie e fluido indisturbato è $\Delta T = 7 \text{ }^\circ\text{C}$.

Determinare il coefficiente di scambio termico convettivo e la potenza termica scambiata.

Proprietà termofisiche dell'aria a $T_{\text{film}} \sim 300 \text{ K}$	$\nu = 1,57 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$	$\lambda_a = 0,0261 \text{ W}/(\text{m K})$	$\text{Pr} = 0,71$
---	---	---	--------------------

$$\text{Re}_L = \frac{w_\infty L}{\nu} = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,7 \text{ m}}{1,57 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 1,15 \cdot 10^5 < 5 \cdot 10^5$$

$$Re_L = \frac{w_\infty L}{\nu} = \frac{1 \frac{m}{s} \cdot 1,7m}{1,57 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}} = 1,15 \cdot 10^5 < 5 \cdot 10^5 \quad \rightarrow \quad \text{Flusso LAMINARE}$$

$$Nu_L = 0,664 \cdot Re_L^{1/2} \cdot Pr^{1/3} = 0,664 \cdot (1,15 \cdot 10^5)^{1/2} (0,71)^{1/3} = 200,6$$

$$h_c = \frac{Nu_L \cdot \lambda_a}{L} = \frac{200,6 \cdot 0,0261 \frac{W}{m \cdot K}}{1,7m} \approx 3 \frac{W}{m^2 K}$$

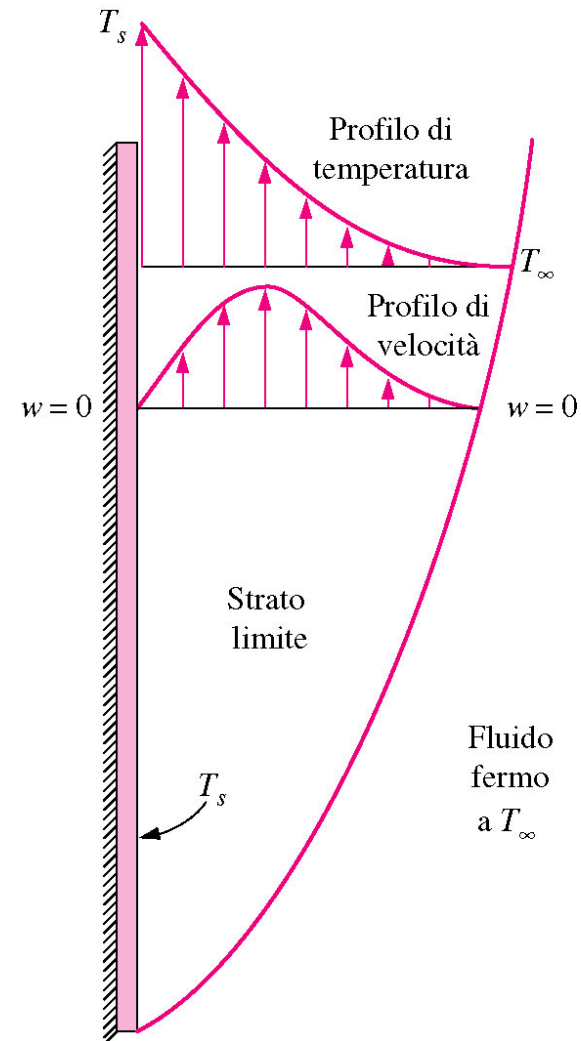
Se il flusso fosse
TURBOLENTO

$$h_c \approx 6 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\dot{Q}_c = h_c A \Delta T = 3 \frac{W}{m^2 K} \cdot 1,8 m^2 \cdot 7 K \approx 38 W$$

La convezione naturale

Il moto del fluido è dovuto a forze di galleggiamento prodotte dall'effetto combinato di un gradiente di densità del fluido (generalmente dovuto ad un gradiente di temperatura) e di una forza di volume proporzionale alla densità (generalmente la forza gravitazionale)



Le correlazioni per la convezione naturale

Le correlazioni si possono ricondurre alla formula

$$Nu = C (Gr \cdot Pr)^n = CRa^n$$

dove $Ra = Gr Pr =$ numero di Rayleigh

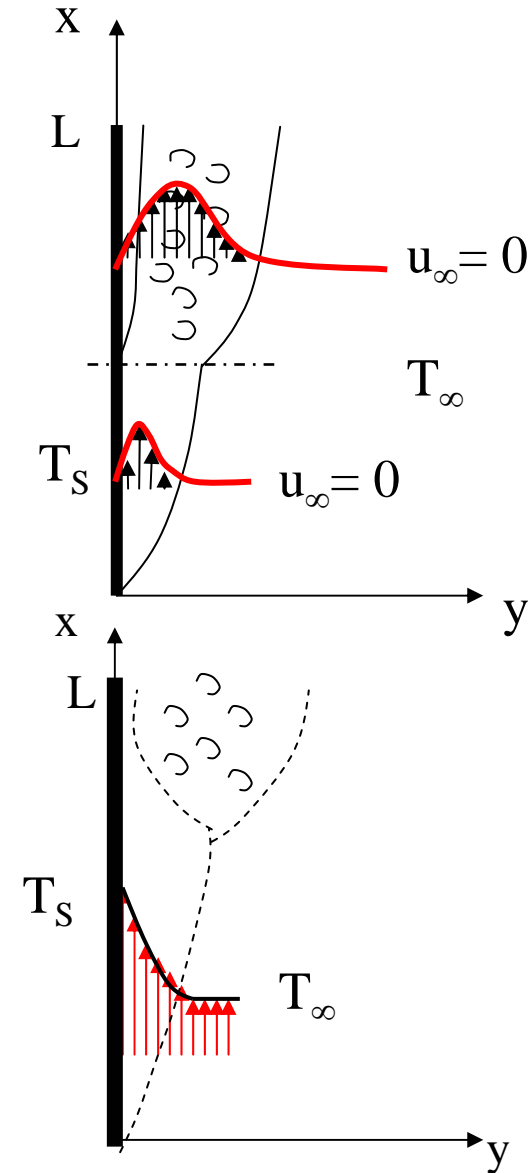
Lastra piana verticale

Flusso laminare $10^4 < Ra < 10^9$

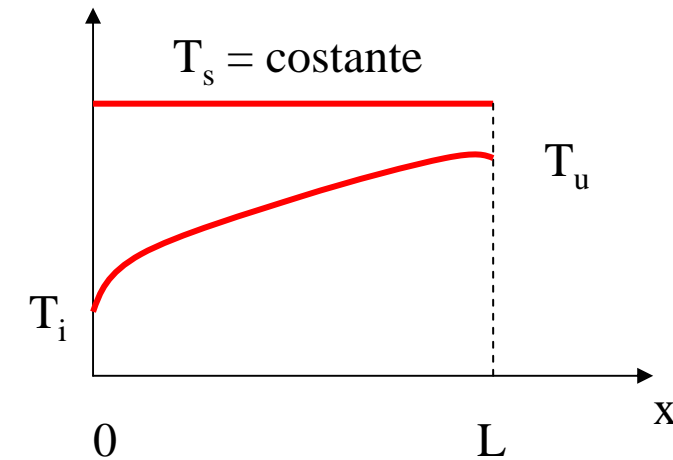
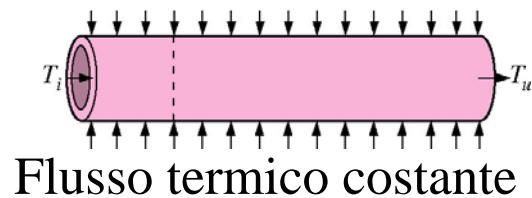
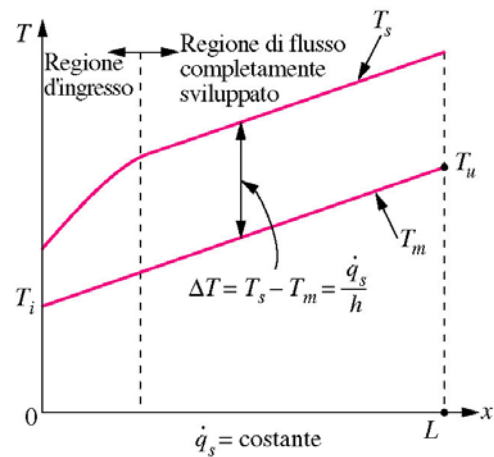
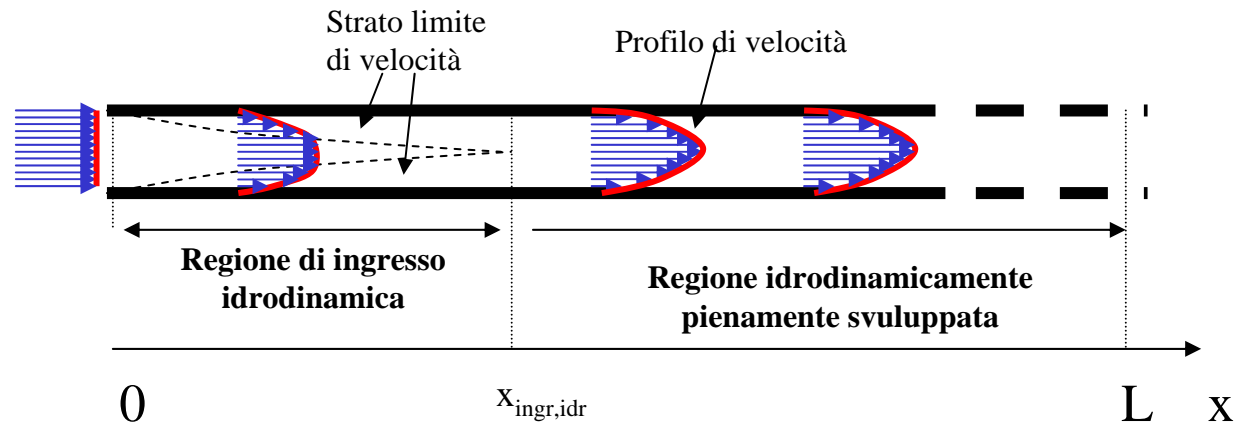
$$Nu_L = \frac{h_c L}{\lambda_f} = 0.059 \cdot Ra_L^{1/4}$$

Flusso turbolento $10^9 < Ra < 10^{13}$

$$Nu_L = \frac{h_c L}{\lambda_f} = 0.1 \cdot Ra_L^{1/3}$$



LA CONVEZIONE TERMICA FORZATA CON FLUSSO INTERNO



Temperatura superficiale costante

Le correlazioni per la convezione forzata con flusso interno

CONVEZIONE FORZATA ALL'INTERNO DI UN TUBO

FLUSSO LAMINARE completamente sviluppato

$Re < 2300$

Temperatura superficiale costante

$$Nu = 3.66$$

Flusso costante

$$Nu = 4.36$$

FLUSSO TURBOLENTO completamente sviluppato

$Re > 4000$

Temperatura superficiale costante

Flusso costante

$Re > 10000$

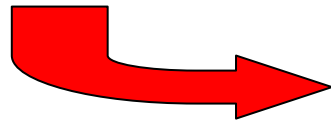
$0.7 \leq Pr \leq 160$

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3}$$

IL MODELLO RESISTIVO PER LA CONVEZIONE TERMICA

Il modello resistivo può essere utilizzato anche per la soluzione di problemi di scambio termico convettivo

$$\dot{Q}_c = h_c A \Delta T$$



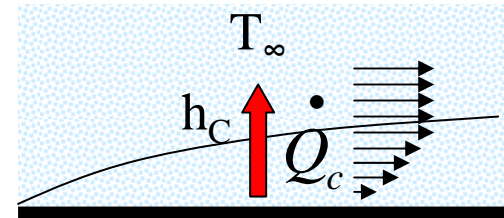
$$\dot{Q}_c = G_c \Delta T = \frac{\Delta T}{R_c}$$

dove

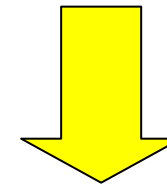
$$G_c = h_c A \quad R_c = \frac{1}{G_c} = \frac{1}{h_c A}$$

o, in termini di grandezze unitarie,

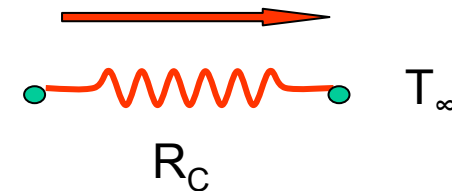
$$G_{u,c} = h_c \quad R_{u,c} = \frac{1}{G_{u,c}} = \frac{1}{h_c}$$



A T_s

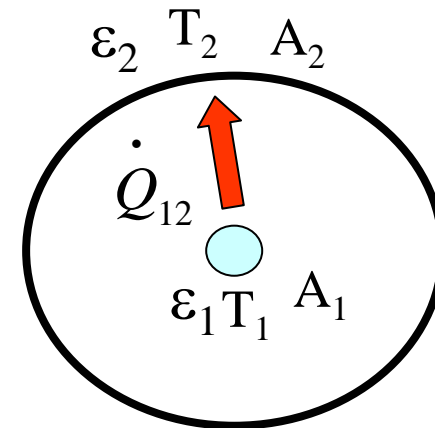
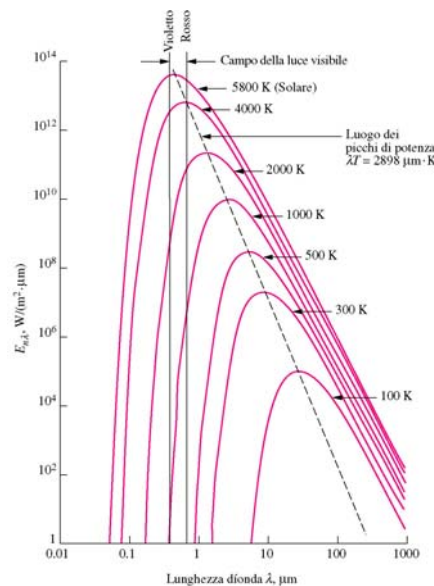
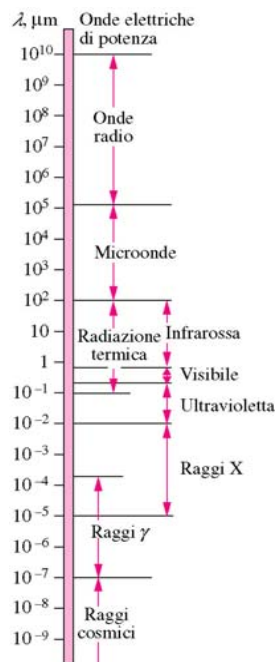


\dot{Q}_c



TERMODINAMICA E TERMOFLUIDODINAMICA

Cap. 10 TRASMISSIONE DEL CALORE PER IRRAGGIAMENTO

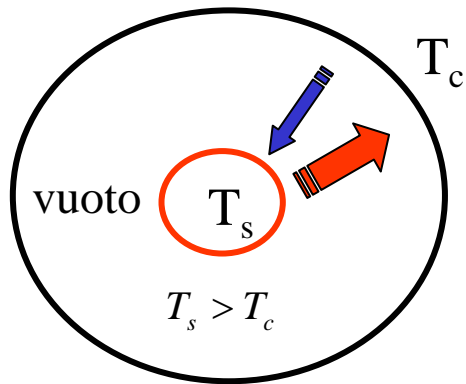


Cap. 10 – Trasmissione del calore per irraggiamento

Indice

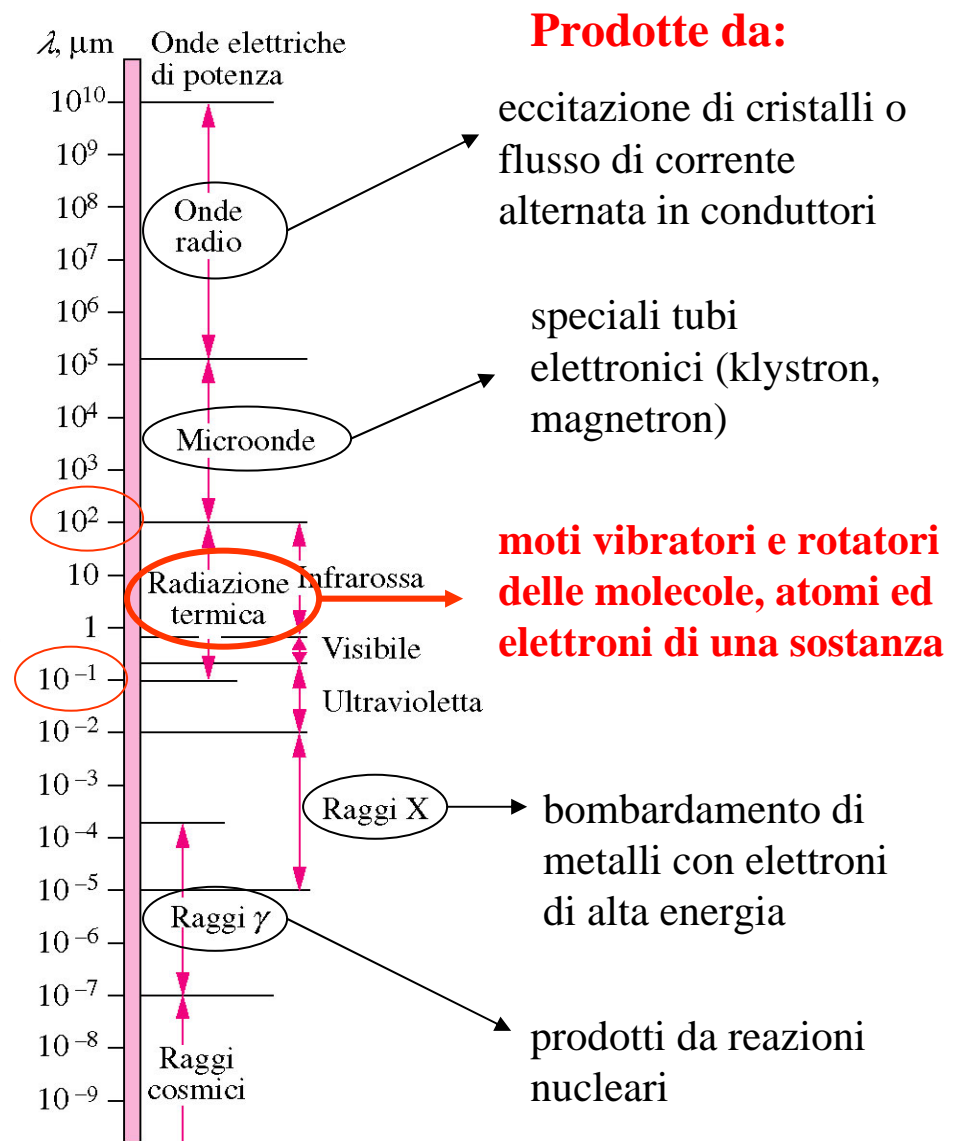
1. Lo spettro elettromagnetico e la radiazione termica
2. Interazione della radiazione termica con la materia
3. La radiazione del corpo nero
4. Irraggiamento termico da superfici reali
5. Lo scambio termico per radiazione
6. Il modello resistivo per l'irraggiamento termico

SPETTRO ELETTROMAGNETICO E RADIAZIONE TERMICA



Un corpo più caldo posto all'interno di una cavità in cui è praticato il vuoto si raffredda e si porta all'equilibrio termico con l'ambiente. Poiché tra i due mezzi c'è il vuoto lo scambio termico non può avvenire né per conduzione né per convezione, esso avviene per **irraggiamento termico**.

Consiste nello scambio di onde elettromagnetiche prodotte a causa del moto per agitazione termica di particelle cariche, quali molecole, atomi, elettroni: **radiazione termica**.

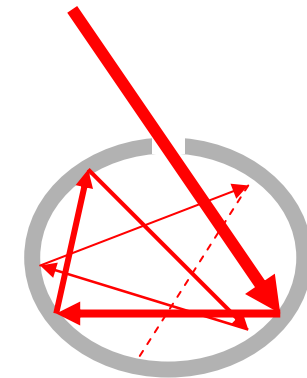


LA RADIAZIONE DA CORPO NERO

CORPO NERO: Assorbitore ed emettitore perfetto

ovvero, **corpo ideale** che ha le seguenti proprietà:

1. Un corpo nero assorbe tutta la radiazione incidente, da qualunque direzione e a qualunque lunghezza d'onda.
2. Ad una fissata temperatura e lunghezza d'onda nessuna superficie può emettere più energia di un corpo nero.
3. Un corpo nero è un emettitore diffuso, ovvero la radiazione emessa è la stessa in tutte le direzioni



Assorbitore perfetto

Potere emissivo del corpo nero

Potenza emessa da un corpo nero alla temperatura assoluta T per unità di superficie emittente.

$$E_n(T) = \sigma T^4 \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

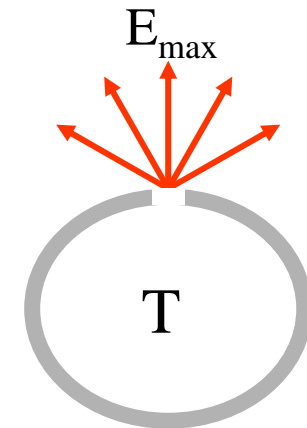
Legge di Stefan-Boltzmann

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \quad \left[\frac{W}{m^2 K^4} \right]$$

costante di Stefan-Boltzmann

La potenza termica emessa è data da

$$\dot{Q}_{i,n} = \sigma AT^4$$



Emettitore perfetto e diffuso

La radiazione da corpo nero

Potere emissivo spettrale

(o monocromatico) del corpo nero

Potenza radiante emessa dal corpo nero alla temperatura assoluta T per unità di area superficiale e per unità di lunghezza d'onda nell'intorno della lunghezza d'onda λ .

Legge della distribuzione di Planck

$$E_{n\lambda}(T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[e^{\left(\frac{C_2}{\lambda k T}\right)} - 1 \right]} \quad \left[\frac{W}{m^2 \cdot \mu m} \right]$$

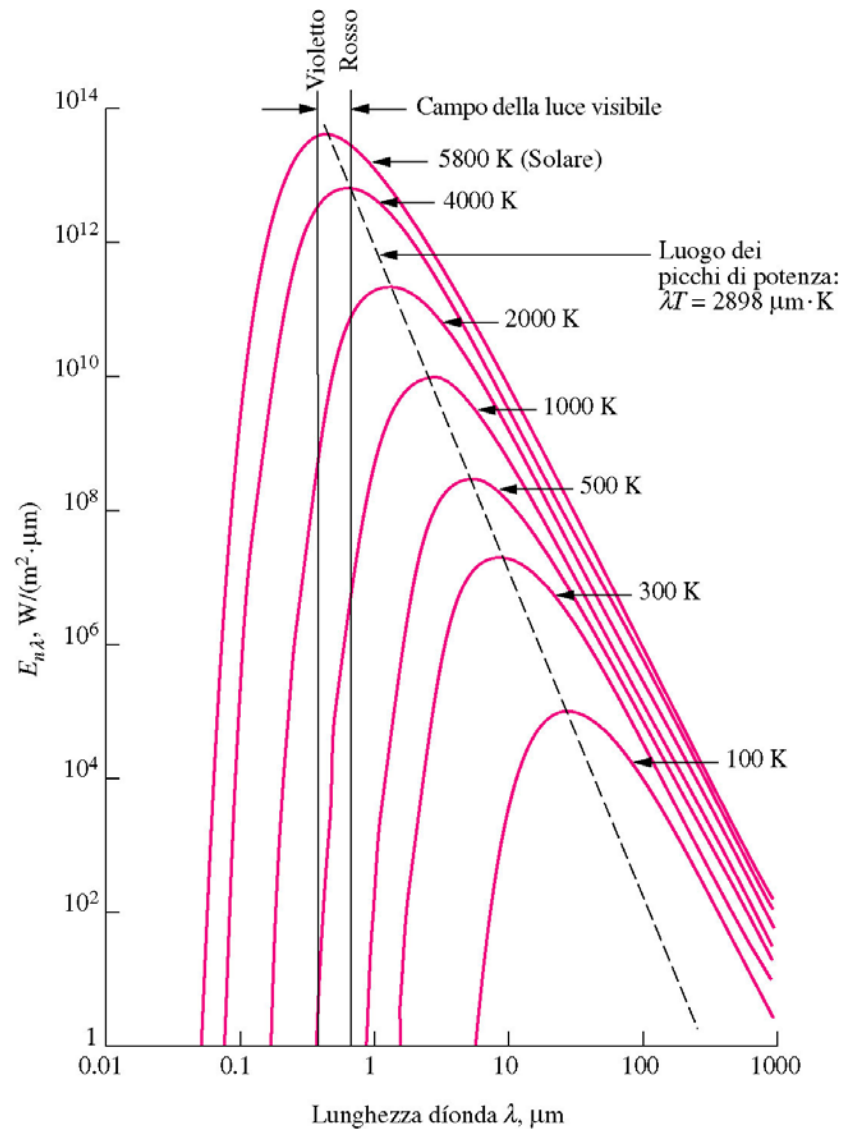
dove

$$C_1 = 2\pi h_{Plank} c_0^2 = 3.742 \quad [W \cdot \mu m^4 / m^2]$$

(nel vuoto o in un gas, altrimenti C_1/n , dove n è l'indice di rifrazione del mezzo)

$$C_2 = h_{Plank} c_0 / k = 1.439 \cdot 10^4 \quad [\mu m \cdot K]$$

$$k = 1.385 \cdot 10^{-23} \quad [J/K] = \text{costante di Boltzmann}$$



La radiazione da corpo nero





1. La radiazione emessa è una funzione continua della lunghezza d'onda e, fissata la temperatura, all'aumentare della lunghezza d'onda aumenta sino a raggiungere un massimo per poi decrescere.
2. Fissata la lunghezza d'onda, la radiazione emessa aumenta all'aumentare della temperatura.
3. All'aumentare della temperatura le curve diventano più ripide e si spostano a sinistra nella zona delle lunghezze d'onda più corte, per cui a temperature più elevate una frazione maggiore di radiazione è emessa a lunghezze d'onda più corte.
4. La radiazione emessa dal sole, considerato come un corpo nero a circa 5800 K, ha il suo massimo nella zona visibile dello spettro elettromagnetico. Della radiazione emessa dal sole circa il 46% si trova nella zona del visibile, circa il 12% nell'ultravioletto e circa il 42% nell'infrarosso.
5. Superfici a $T < 800$ K (e quindi in particolare quelle a temperatura ambiente, ovvero con $T \approx 300$ K) emettono solamente nell'infrarosso e perciò non sono visibili all'occhio umano (a meno che non riflettano luce proveniente da altre sorgenti).

La radiazione da corpo nero

Legge dello spostamento di Wien

Consente di calcolare, nota la temperatura assoluta T del corpo nero emittente, la lunghezza d'onda $\lambda_{\max,em}$ a cui si ha il massimo di emissione.

$$\lambda_{\max,em} T = 2897.8 \quad [\mu m \cdot K]$$

Radiazione solare	$T \sim 5800 \text{ K}$		$\lambda_{\max,em} = \frac{2897.8 \mu m K}{5800 \text{ K}} \approx 0.5 \mu m$
Lampada al tungsteno	$T \sim 2900 \text{ K}$		$\lambda_{\max,em} = \frac{2897.8 \mu m K}{2900 \text{ K}} \approx 1.0 \mu m$
	$T \sim 1000 \text{ K}$		$\lambda_{\max,em} = \frac{2897.8 \mu m K}{1000 \text{ K}} \approx 2.9 \mu m$
Corpo a temperatura ambiente	$T \sim 300 \text{ K}$		$\lambda_{\max,em} = \frac{2897.8 \mu m K}{300 \text{ K}} \approx 9.7 \mu m$

IRRAGGIAMENTO TERMICO DA SUPERFICI REALI

Una superficie reale, a differenza del corpo nero, non sarà nè perfettamente assorbente nè perfettamente emittente.

Le caratteristiche radianti di una superficie reale possono essere espresse utilizzando come riferimento il corpo nero.

Emissività di una superficie

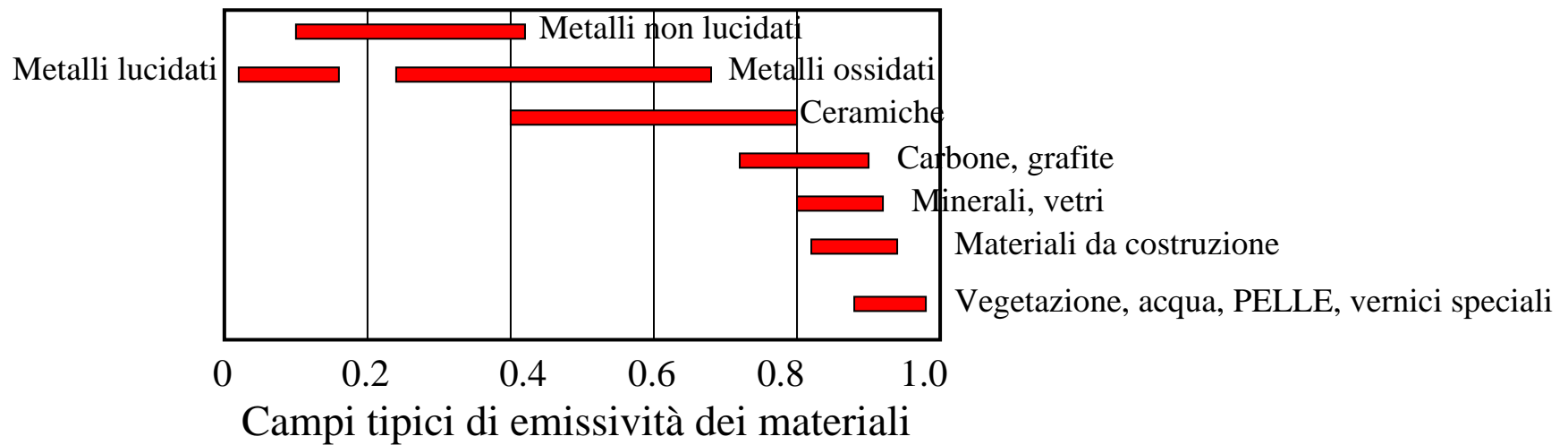
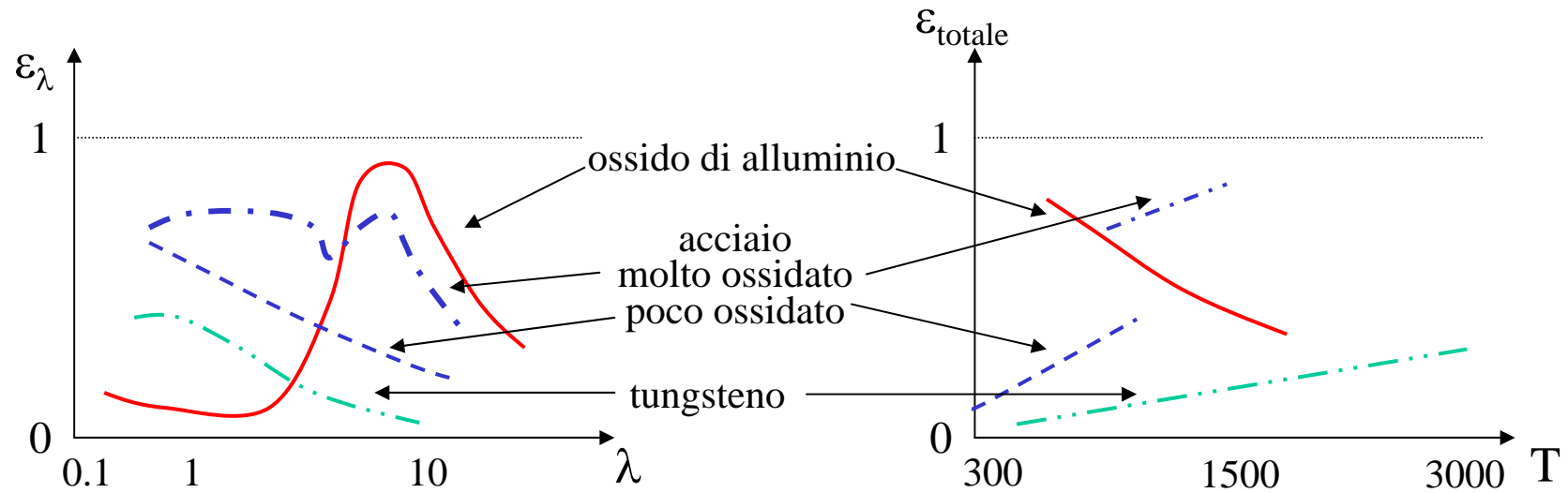
E' il rapporto tra il potere emissivo della superficie e quello di un corpo nero alla stessa temperatura .

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_n(T)} = \frac{E(T)}{\sigma T^4}$$

In generale, l'emissività di un corpo varia al variare della lunghezza d'onda della radiazione emessa e della direzione di emissione, per cui il valore sopra definito va inteso come una media su tutte le lunghezze d'onda e in tutte le direzioni.

Emissività spettrale $\varepsilon_\lambda(T) = \frac{E_\lambda(T)}{E_{n,\lambda}(T)}$

Irraggiamento termico da superfici reali



Irraggiamento termico da superfici reali

Per un particolare materiale

- Ad una fissata temperatura, ε_λ diminuisce all'aumentare della lunghezza d'onda (fanno eccezione materiali molto selettivi come gli ossidi metallici)
 - Ad una fissata lunghezza d'onda, ε_λ aumenta all'aumentare della temperatura (anche in questo caso fanno eccezione gli ossidi metallici)
1. L'emissività di superfici metalliche è generalmente piccola
 2. La presenza di strati di ossido aumenta significativamente l'emissività di superfici metalliche
 3. L'emissività di materiali non conduttori è generalmente più grande di quella di materiali conduttori
 4. L'emissività di conduttori aumenta all'aumentare della temperatura; quella dei non conduttori può sia aumentare che diminuire.

L'emissività dipende fortemente dalla natura della superficie che può essere influenzata dal metodo di fabbricazione, da reazioni chimiche con l'ambiente ecc.

Irraggiamento termico da superfici reali

Corpo grigio diffondente

Corpo per il quale l'emissività è indipendente dalla direzione (superficie diffondente) e dalla lunghezza d'onda (superficie grigia).

E' una ragionevole approssimazione del comportamento di una superficie reale, che consente di utilizzare le seguenti relazioni per il calcolo del potere emissivo e della potenza termica irradiata.

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{\sigma T^4} \quad E(T) = \varepsilon \sigma T^4 \quad \dot{Q}_i = \varepsilon \sigma A T^4$$

Irraggiamento termico da superfici reali

La legge di Kirchhoff

Piccolo corpo grigio a temperatura T_1 posto all'interno di una grande cavità (corpo nero) la cui superficie è a temperatura $T_{c,n}$.

Il piccolo corpo:

- **assorbe** una frazione α della radiazione emessa dal corpo nero $\longrightarrow E_{cn} = \sigma T_{cn}^4$

$\searrow \alpha \sigma T_{cn}^4$ ovvero assorbe una potenza termica pari a $\alpha \sigma T_{cn}^4 A_1$

- ha un potere emissivo pari a $\longrightarrow \varepsilon \sigma T_1^4$

ovvero **emette** una potenza termica pari a $\varepsilon \sigma T_1^4 A_1$

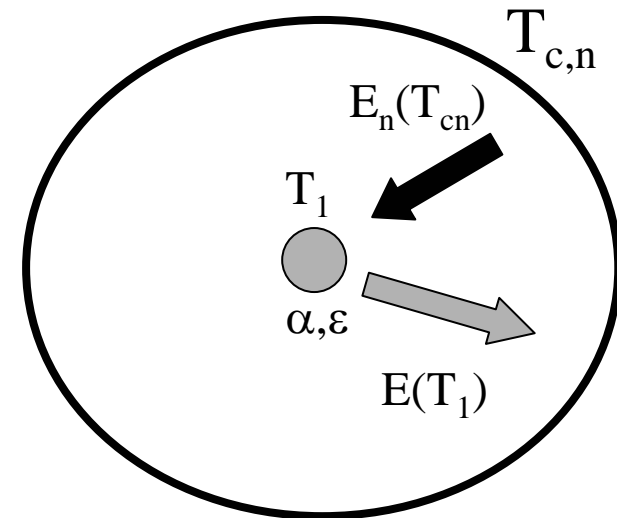
La potenza scambiata è data da $\alpha \sigma T_{cn}^4 A_1 - \varepsilon \sigma T_1^4 A_1$

e allo stato stazionario ($T_1 = T_{cn}$) è uguale a zero.



$$\alpha = \varepsilon$$

Quando un corpo grigio è irraggiato da un corpo nero a temperatura prossima (entro circa 100 °C) alla sua, la sua emissività è pari al suo coefficiente di assorbimento

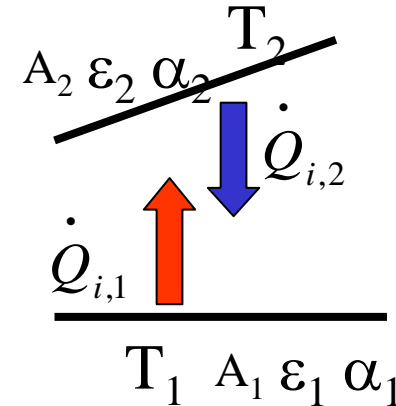


Corpo grigio opaco

$$\alpha = \varepsilon \quad \rho = 1 - \alpha$$

LO SCAMBIO TERMICO PER RADIAZIONE

La potenza termica scambiata per irraggiamento tra due superfici dipende dalla temperatura e dalle proprietà radianti delle superfici, ma anche dalle loro dimensioni e dal loro orientamento relativo.



Il fattore di vista

$F_{i \rightarrow j}$ = frazione della radiazione emessa dalla superficie i che incide direttamente sulla superficie j

$F_{i \rightarrow i}$ = frazione della radiazione emessa dalla superficie j che incide direttamente sulla superficie i

$F_{i \rightarrow i}$ = frazione della radiazione emessa dalla superficie i che incide direttamente sulla stessa superficie i

Regola di reciprocità

$$A_i F_{i \rightarrow j} = A_j F_{j \rightarrow i}$$

Regola della somma

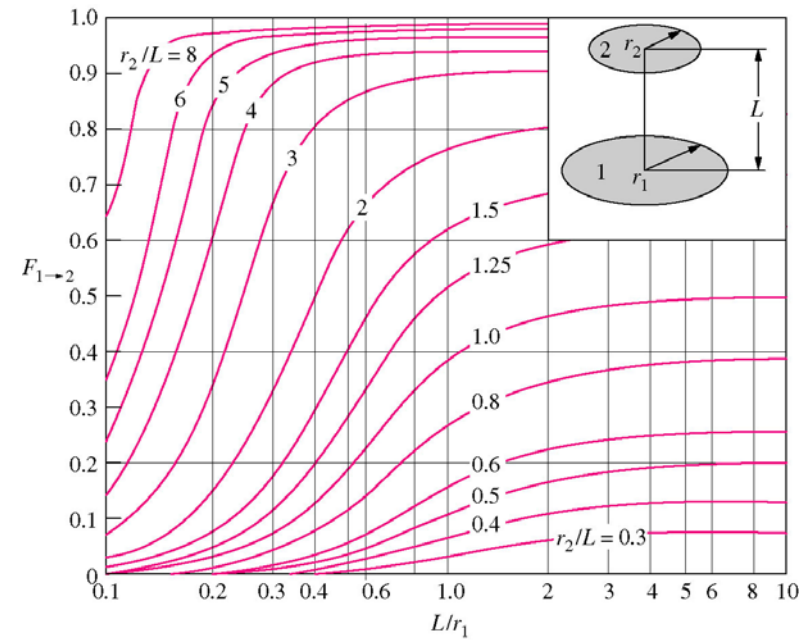
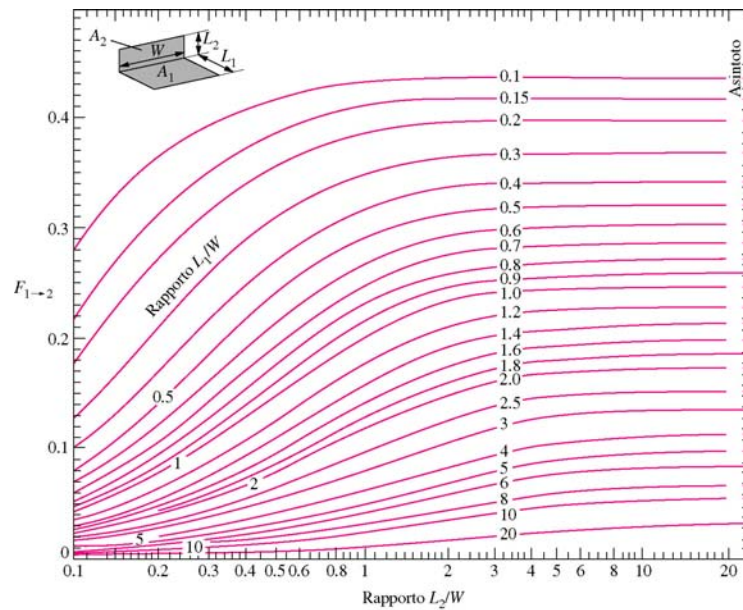
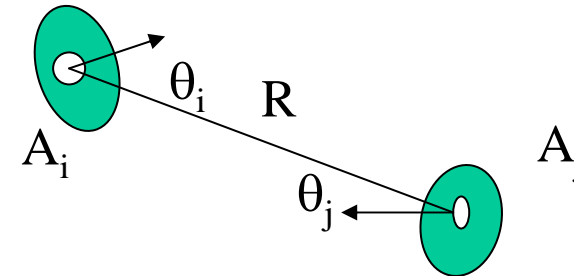
$$\sum_{j=1}^N F_{i \rightarrow j} = 1$$

Regola della sovrapposizione

$$F_{1 \rightarrow (2+3)} = F_{1 \rightarrow 2} + F_{1 \rightarrow 3}$$

Lo scambio termico per radiazione

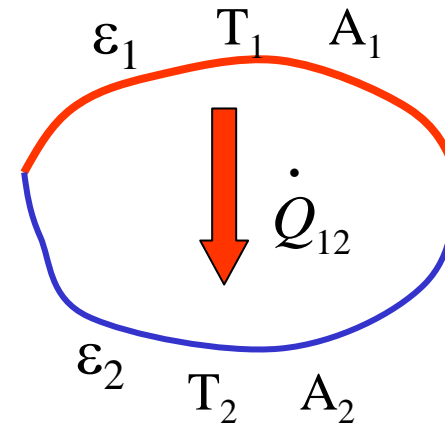
$$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j$$



Lo scambio termico per radiazione

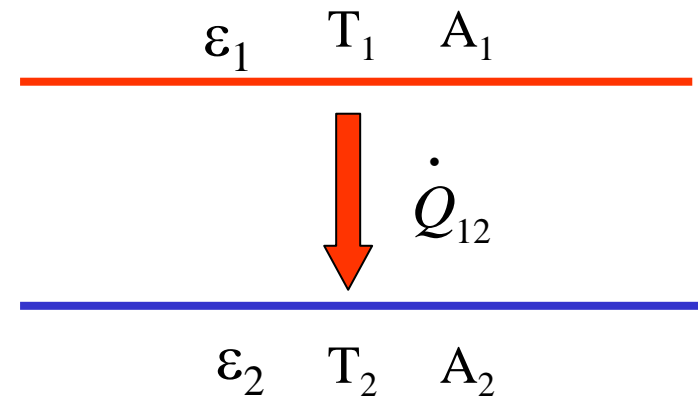
Scambio termico in cavità con due superfici grigie

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}}$$



Piastre parallele infinite

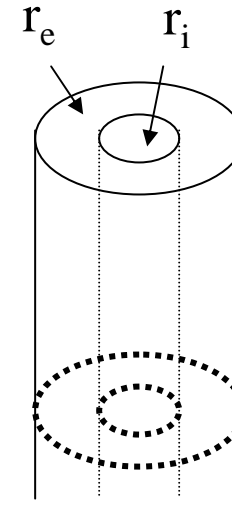
$$\left. \begin{array}{l} A_1 = A_2 = A \\ F_{1 \rightarrow 2} = 1 \end{array} \right\} \dot{Q}_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$



Lo scambio termico per radiazione

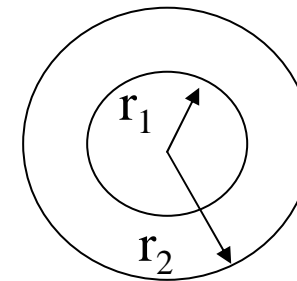
Cilindri coassiali infinitamente lunghi

$$\left. \begin{array}{l} \frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2} \\ F_{1 \rightarrow 2} = 1 \end{array} \right\} \dot{Q}_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)}$$



Sfere concentriche

$$\left. \begin{array}{l} \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \\ F_{1 \rightarrow 2} = 1 \end{array} \right\} \dot{Q}_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2}$$

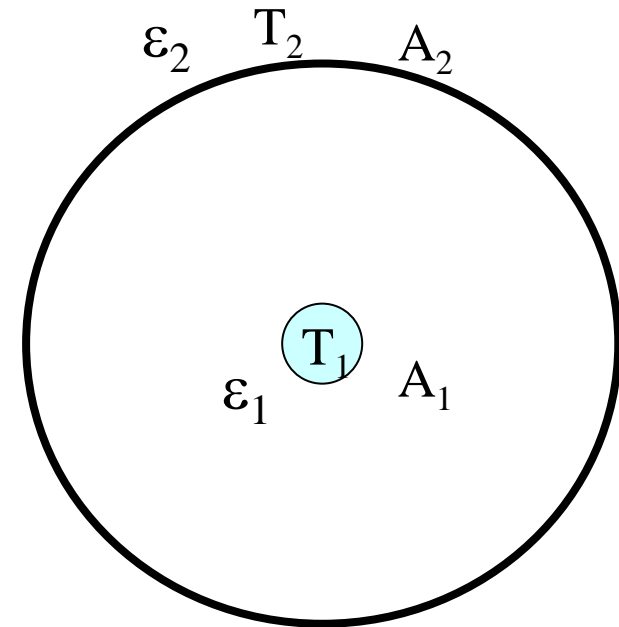


Lo scambio termico per radiazione

Piccolo corpo in una grande cavità

$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0 \quad F_{1 \rightarrow 2} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = A_1 \sigma \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$$



IL MODELLO RESISTIVO PER LA RADIAZIONE TERMICA

$$\dot{Q}_{12} = A_1 \sigma \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

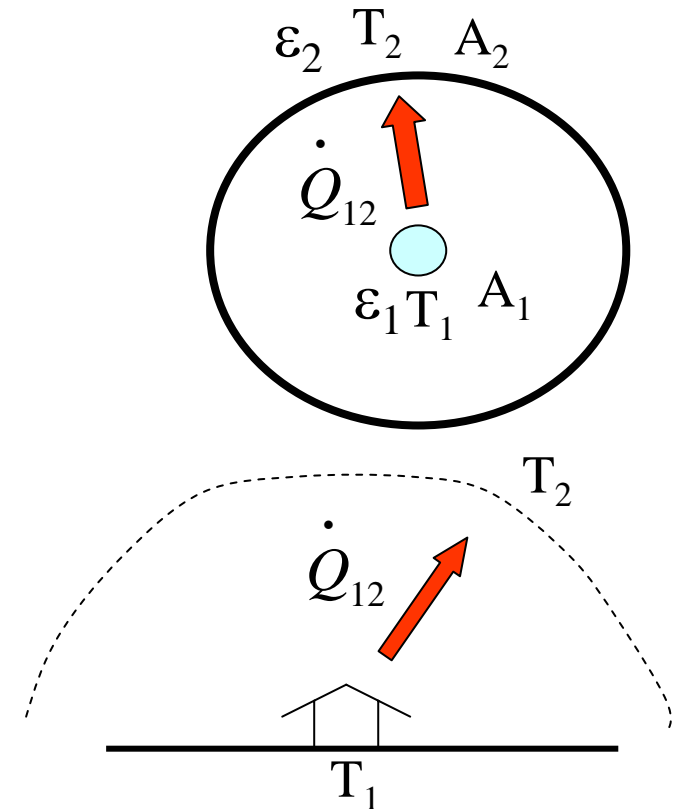
$$\begin{aligned} T_1^4 - T_2^4 &= (T_1^2 - T_2^2)(T_1^2 + T_2^2) = \\ &= (T_1 - T_2)(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2) \end{aligned}$$

$$T_m = T_{media} = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad \longrightarrow \quad T_1 + T_2 = 2T_m$$

$$(T_1 + T_2)^2 = T_1^2 + T_2^2 + 2T_1T_2$$

Se $T_1 \approx T_2 \approx T_m$ ovvero $(T_1 - T_2) \ll T_m$

$$T_1^2 + T_2^2 = (T_1 + T_2)^2 - 2T_1T_2 \approx (2T_m)^2 - 2T_m^2 = 2T_m^2$$



Il modello resistivo per la radiazione termica

$$\dot{Q}_{12} = A_1 \sigma \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

$$T_1^4 - T_2^4 = (T_1 - T_2)(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)$$

$$T_1 + T_2 = 2T_m \quad T_1^2 + T_2^2 \approx 2T_m^2$$

con $(T_1 - T_2) \ll T_m$

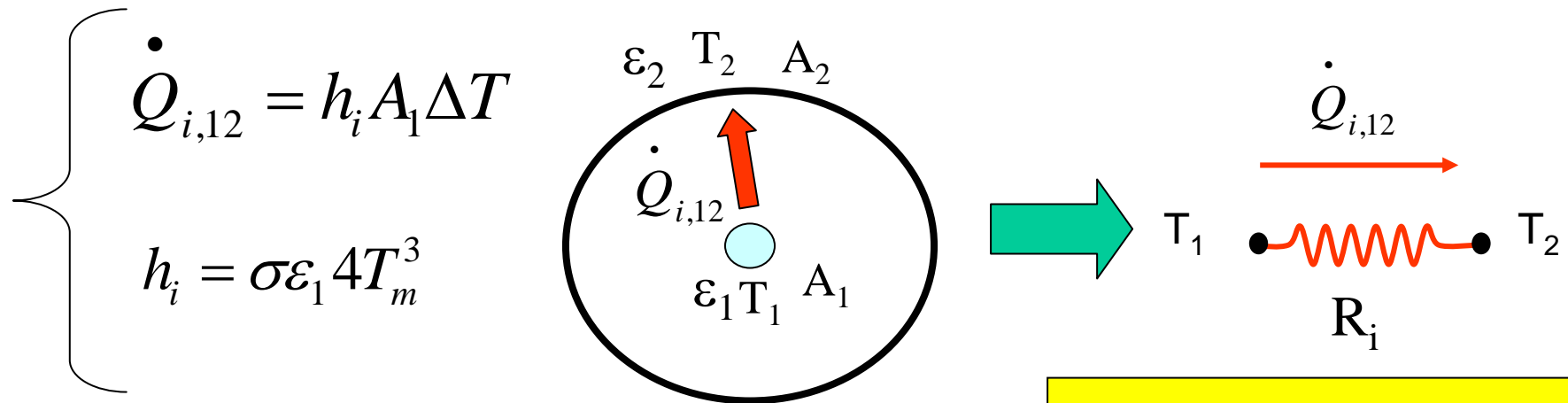
$$T_1^4 - T_2^4 \approx 4T_m^3 (T_1 - T_2)$$

$$\dot{Q}_{i,12} = \varepsilon \sigma 4T_m^3 A |T_1 - T_2| = h_i A \Delta T$$

dove

$$h_i = \sigma \varepsilon 4T_m^3$$

Il modello resistivo per la radiazione termica



$$\dot{Q}_{i,12} = h_i A \Delta T = G_i \Delta T = \frac{\Delta T}{R_i} \longrightarrow \begin{matrix} G_i = h_i A_i \\ R_i = \frac{1}{G_i} = \frac{1}{h_i A_i} \end{matrix}$$

In termini di grandezze unitarie

$$G_{u,i} = h_i = \varepsilon \sigma 4T_m^3 \qquad R_{u,i} = \frac{1}{G_{u,i}} = \frac{1}{h_i}$$

Scambio termico per radiazione termica

ESEMPIO 1

Un piccolo corpo, avente superficie $A = 1.8 \text{ m}^2$ ed emissività $\varepsilon = 0,9$ scambia calore per irraggiamento con una grande cavità che lo racchiude completamente. La temperatura media tra le pareti della cavità ed il corpo è $T_m = 22^\circ\text{C}$ mentre la differenza di temperatura tra di essi è $\Delta T = 10^\circ\text{C}$.

Calcolare la potenza termica scambiata tra corpo e cavità.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta T = 10^\circ\text{C} = 10\text{K} \\ T_m = (273 + 22)\text{K} = 295\text{K} \end{array} \right\} \longrightarrow \Delta T \ll T_m$$

$$\longrightarrow \dot{Q}_i = h_i A \Delta T$$

$$\dot{Q}_i = h_i A \Delta T$$

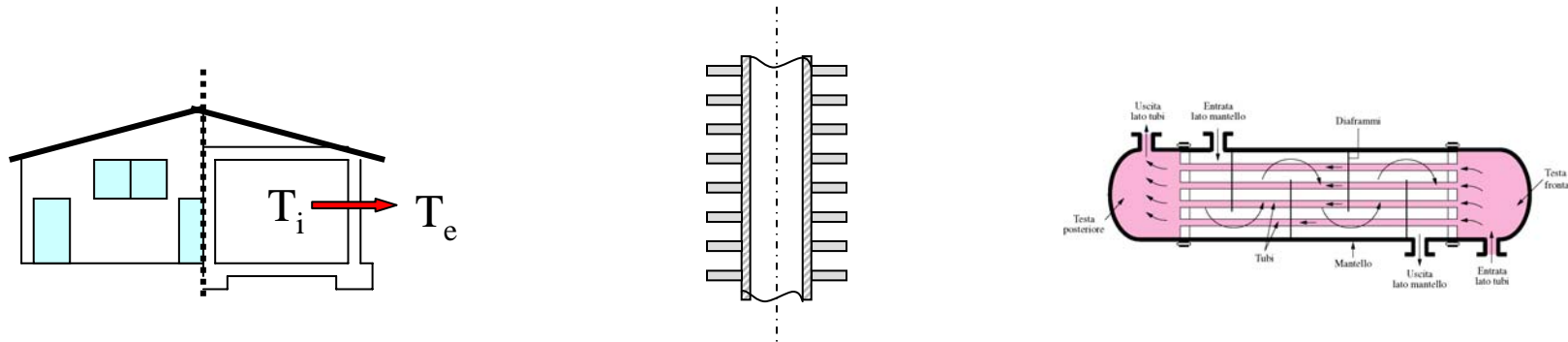
$$h_i = \varepsilon \sigma 4T_m^3 = 0.9 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot 4 \cdot (295)^3 \text{K}^3 \approx 5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

$$\dot{Q}_i = h_i A \Delta T = 5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \cdot 1.8 \text{ m}^2 \cdot 10 \text{ K} = 90 \text{ W}$$

TERMODINAMICA E TERMOFLUIDODINAMICA

Cap. 11

MECCANISMI COMBINATI DI SCAMBIO TERMICO



Cap. 11 – Meccanismi combinati di scambio termico

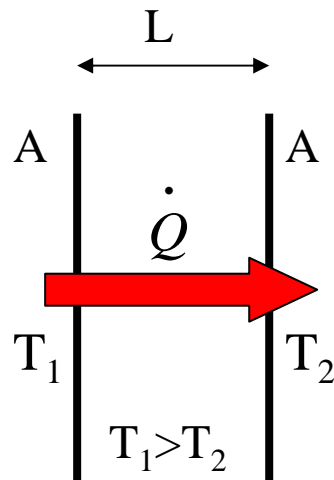
Indice

- 11.1 Introduzione
- 11.2 Meccanismi combinati di scambio termico in regime stazionario
 - 11.2.1 Il modello resistivo
 - 11.2.2 Modello termico resistivo di una parete di separazione tra due ambienti a diversa temperatura
- 11.3 Alette e superfici alettate
- 11.4 Scambiatori di calore
- 11.5 Meccanismi combinati di scambio termico in regime variabile nel tempo
 - 11.5.1 Il metodo a parametri concentrati
 - 11.5.2 Flusso termico transitorio in sistemi con resistenza interna trascurabile

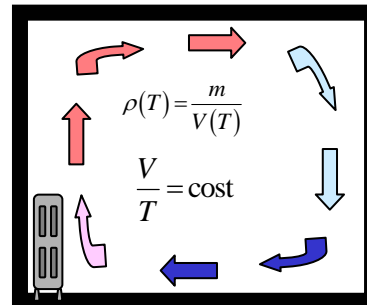
INTRODUZIONE

Meccanismi di scambio termico

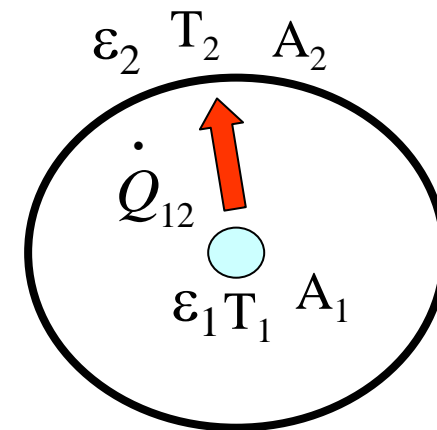
Conduzione
termica



Convezione
termica



Irraggiamento
termico



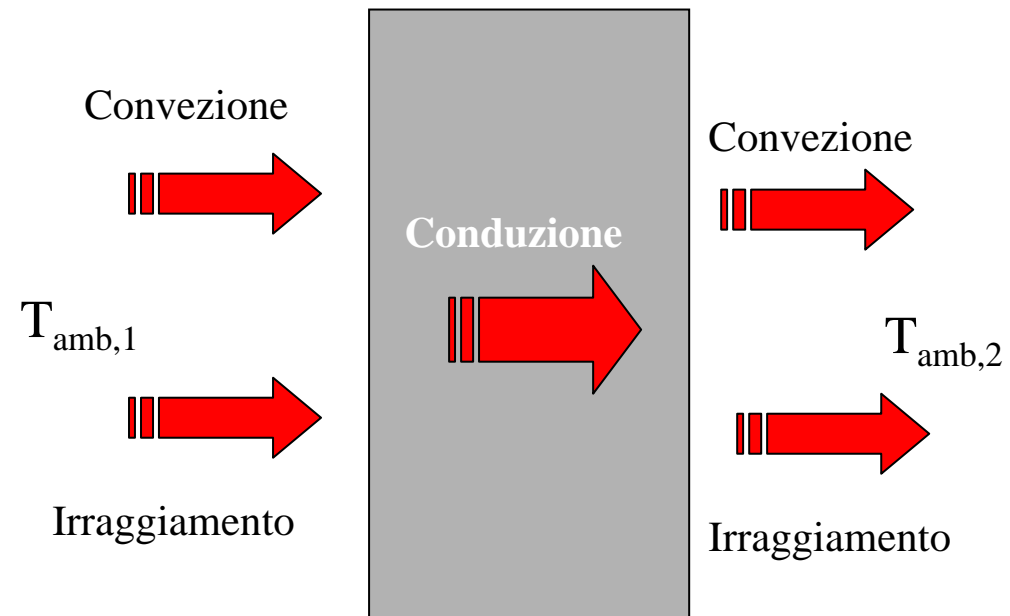
INTRODUZIONE

Generalmente, la trasmissione del calore in un sistema naturale o ingegneristico avviene per l'effetto combinato di più meccanismi di scambio termico.

Esempio

Parete di separazione fra due ambienti che si trovano a diversa temperatura

- pareti in edilizia
- scambiatori di calore
- **scambio di calore tra individuo e ambiente circostante**

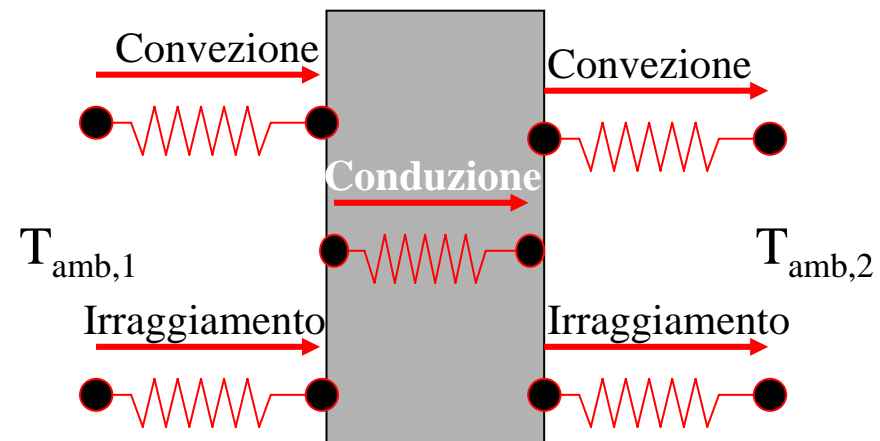
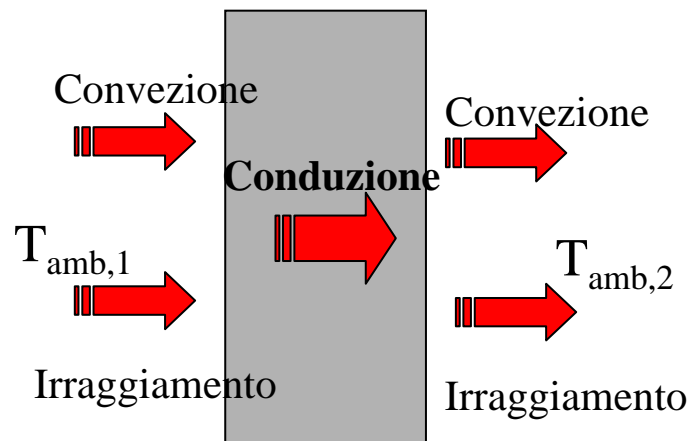


MECCANISMI COMBINATI IN REGIME STAZIONARIO

Il metodo resistivo

La trattazione del problema è enormemente semplificata se si possono assumere valide le condizioni per cui sia applicabile il **metodo resistivo**:

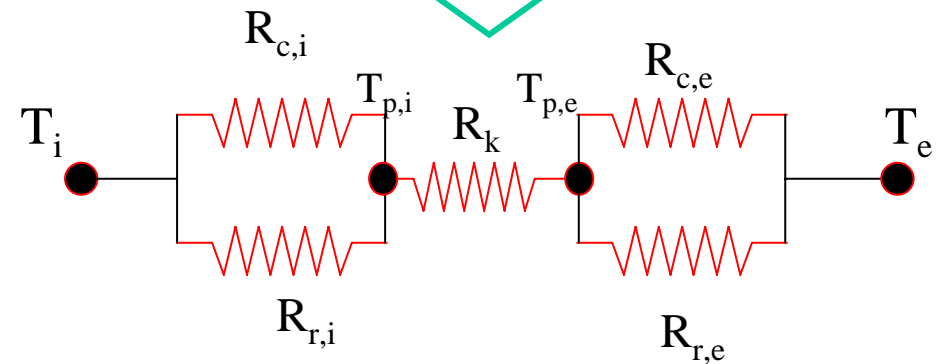
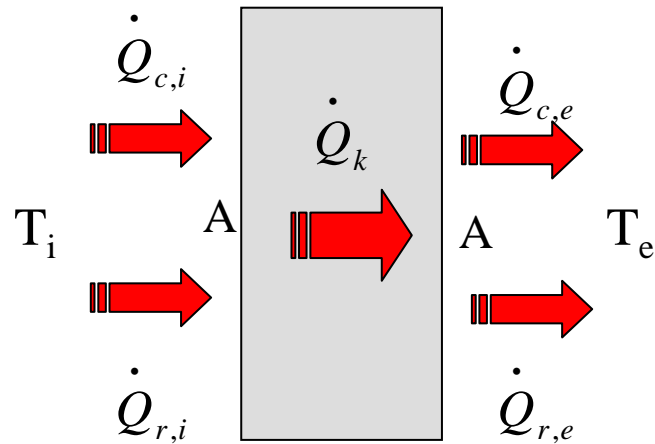
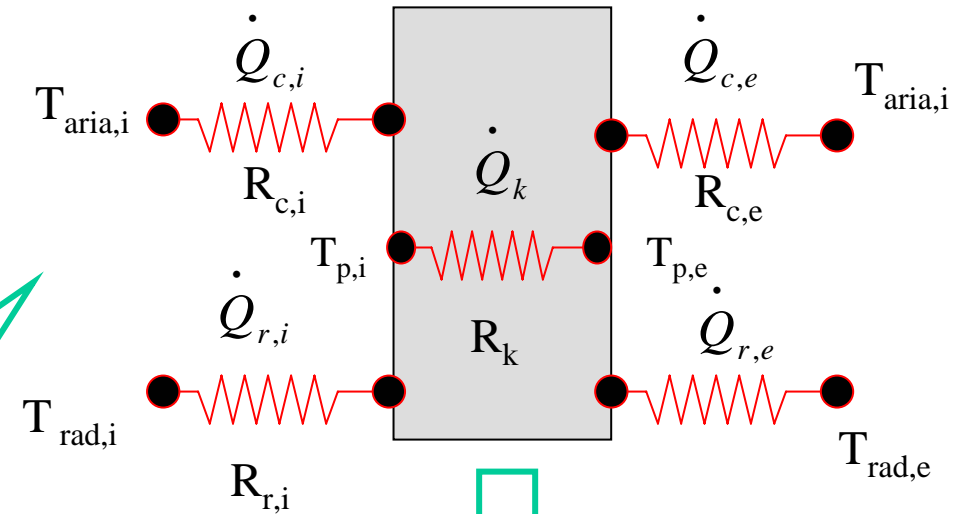
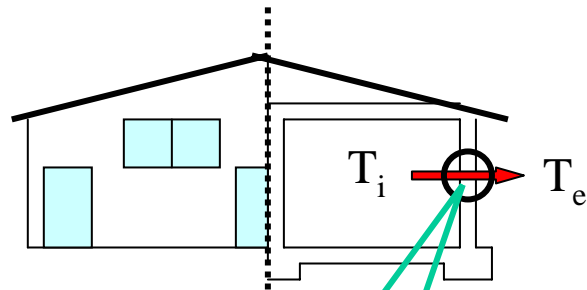
- flusso stazionario
- flusso monodimensionale
- assenza di generazione interna
- validità della legge di Newton per la convezione
- nel caso dell'irraggiamento $\Delta T \ll T_{\text{media}}$



Il metodo resistivo

	Resistenza termica	Conduttanza termica
per conduzione (per strato piano)	$R_k = L / (\lambda A_k)$	$G_k = \lambda A_k / L$
per convezione	$R_c = 1 / (h_c A_c)$	$G_c = h_c A_c$
per irraggiamento	$R_i = 1 / (h_i A_i)$	$G_i = h_i A_i$
	Resistenza termica unitaria	Conduttanza termica unitaria
per conduzione (per strato piano)	$Ru_k = L / \lambda$	$Gu_k = \lambda / L$
per convezione	$Ru_c = 1 / h_c$	$Gu_c = h_c$
per irraggiamento	$Ru_i = 1 / h_i$	$Gu_i = h_i$

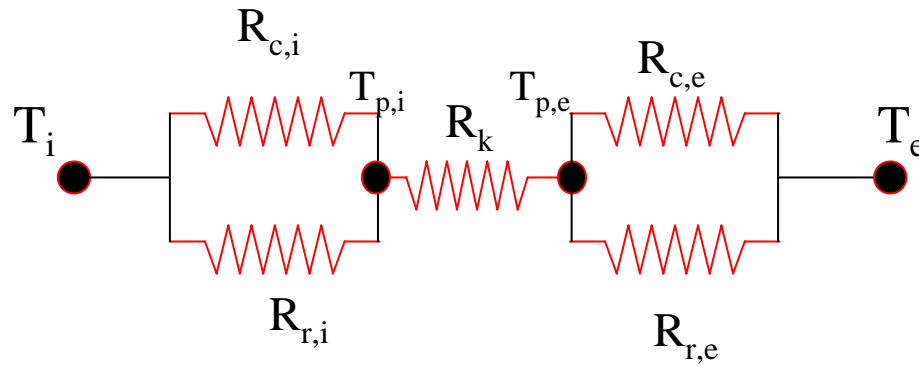
Parete di separazione tra due ambienti



T_i = temperatura operativa

T_e = temperatura esterna di progetto

Parete di separazione tra due ambienti



$$R_c = \frac{1}{h_c A}$$

$$G_c = h_c A$$

$$R_{u,c,i} = \frac{1}{h_{c,i}}$$

$$G_{u,c} = h_c$$

$$R_r = \frac{1}{h_r A}$$

$$G_r = h_r A$$

$$R_{u,r,i} = \frac{1}{h_{r,i}}$$

$$G_{u,r} = h_r$$

$$R_k = \frac{L}{\lambda A}$$

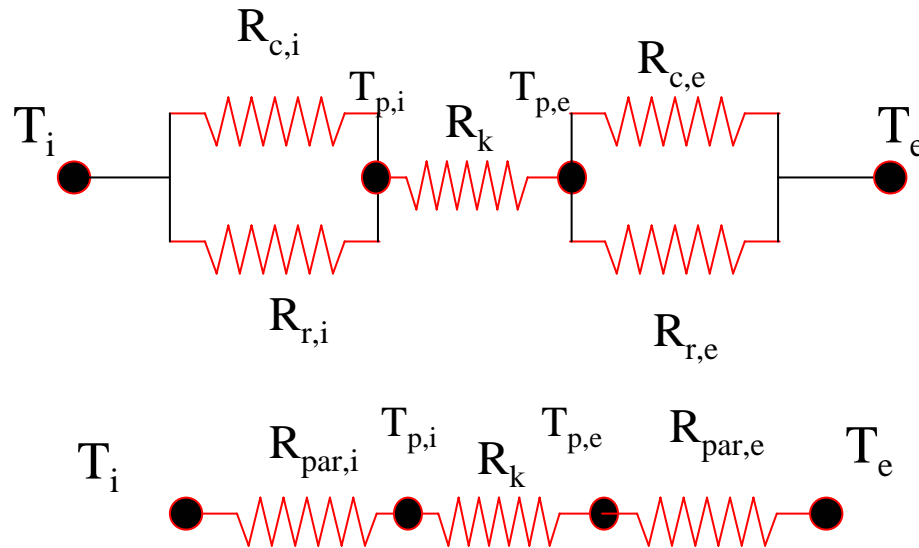
$$R_{u,k} = \frac{L}{\lambda}$$

Nel caso di una parete multistrato (N strati in serie)

$$R_k = \sum_{n=1}^N \frac{L_n}{\lambda_n A}$$

$$R_{u,k} = \sum_{n=1}^N \frac{L_n}{\lambda_n}$$

Parete di separazione tra due ambienti



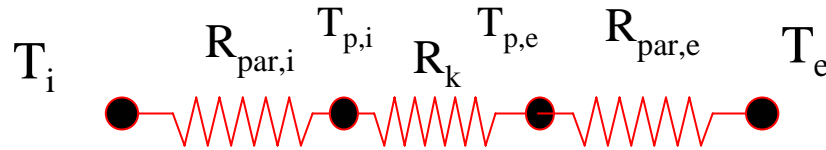
$$G_{u,par,i} = G_{u,c,i} + G_{u,r,i} = h_{c,i} + h_{r,i} = \alpha_i = \text{adduttanza superficiale interna}$$

$$G_{u,par,e} = G_{u,c,e} + G_{u,r,e} = h_{c,e} + h_{r,e} = \alpha_e = \text{adduttanza superficiale esterna}$$

In edilizia si utilizzano i seguenti valori

$$\alpha_i = 8.13 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad \alpha_e = 23.26 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

Parete di separazione tra due ambienti



$$R_{u,par,i} = \frac{1}{\alpha_i}$$

$$R_{u,par,e} = \frac{1}{\alpha_e}$$

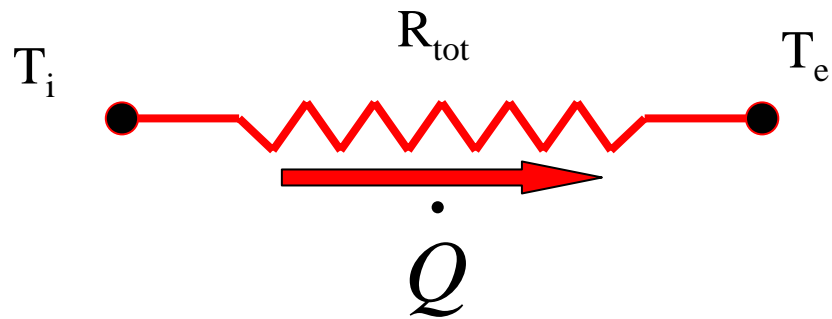


$$R_{u,k} = \frac{L}{\lambda}$$

$$R_{u,tot} = R_{u,par,i} + R_{u,k} + R_{u,par,e} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{L}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_e}$$

$$G_{u,tot} = \frac{1}{R_{u,tot}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{L}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_e}} = \text{trasmittanza della parete}$$

Parete di separazione tra due ambienti



$$R_{u,tot} = \frac{1}{K}$$

$$K = G_{u,tot} = \frac{1}{R_{u,tot}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{L}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_e}}$$

$$\left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$

$$\dot{Q} = KA(T_i - T_e)$$

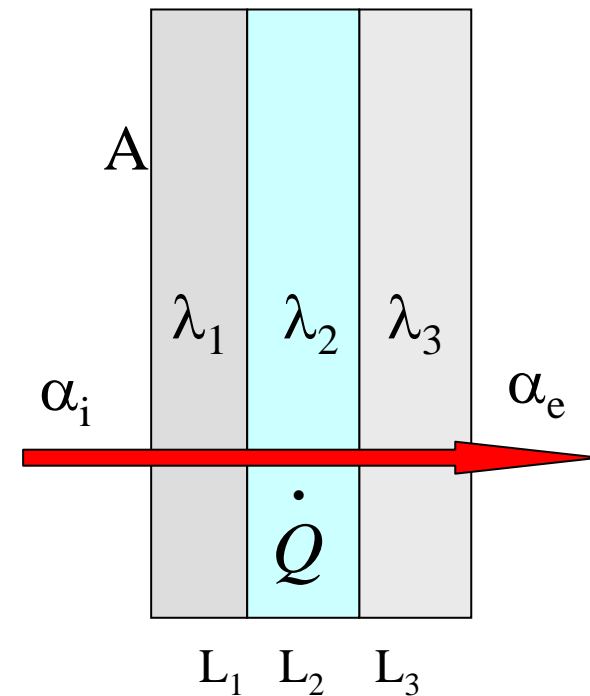
$$[W]$$

Parete di separazione tra due ambienti

Nel caso in cui la parete sia composta da N strati in serie

$$K = G_{u,tot} = \frac{1}{R_{u,tot}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \sum_{n=1}^N \frac{L_n}{\lambda_n} + \frac{1}{\alpha_e}}$$

$$\dot{Q} = KA(T_i - T_e)$$



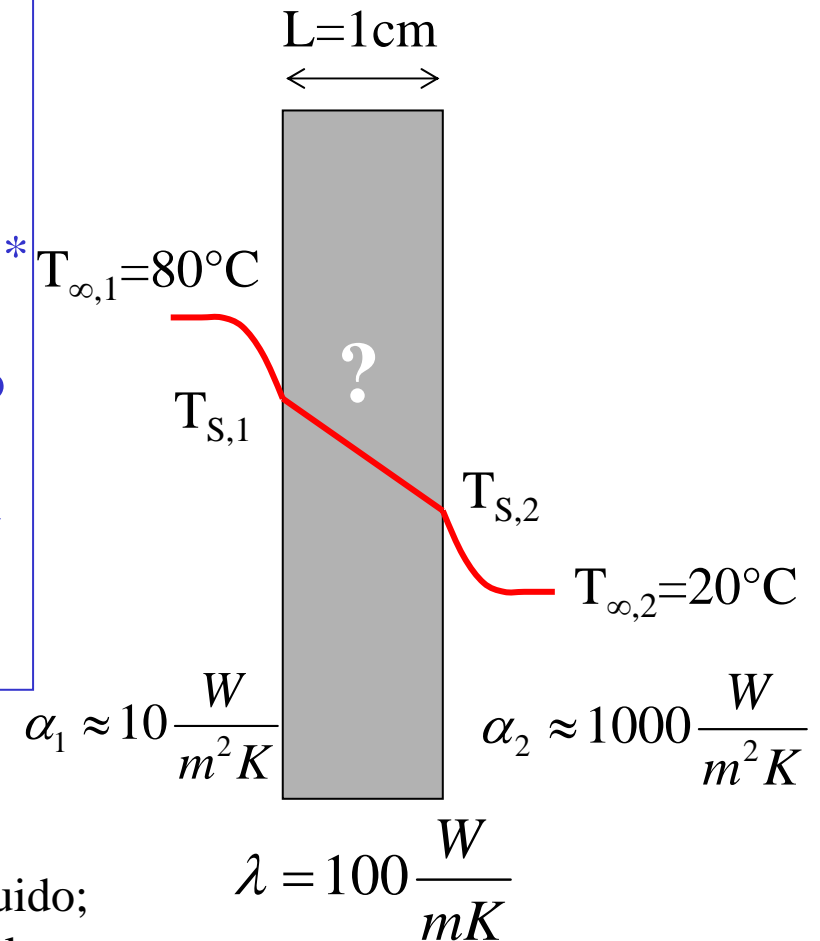
Esempio 11.1

Strato omogeneo di materiale conduttore

Una lastra di materiale conduttore, con conduttività termica $\lambda=100\text{W}/(\text{m K})$ e spessore $L=1\text{ cm}$, separa due ambienti a temperatura, rispettivamente, $T_{\infty,1}=80^\circ\text{C}$ e $T_{\infty,2}=20^\circ\text{C}$.

Le adduttanze superficiali sono $\alpha_1\approx 10\text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ * e $\alpha_2\approx 1000\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ **.

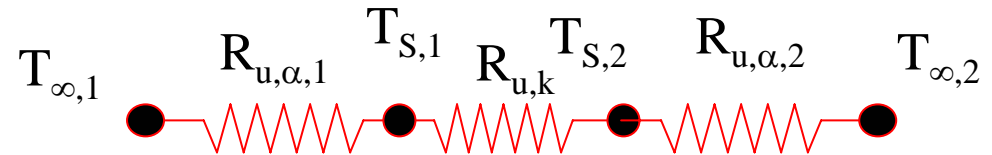
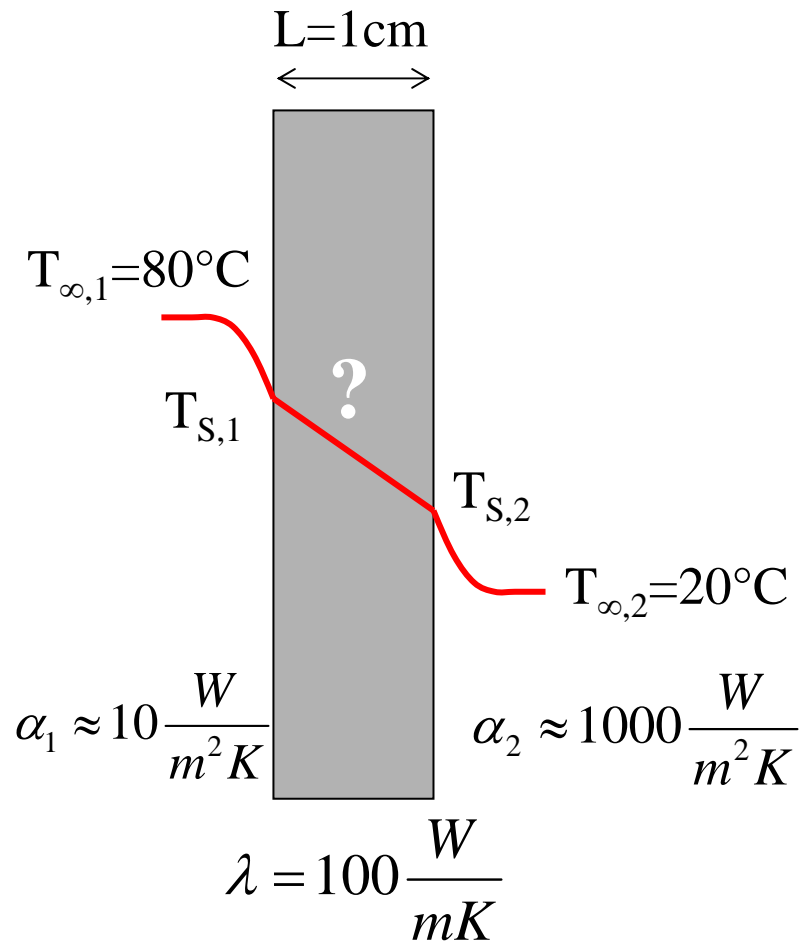
Determinare, allo stato stazionario e supponendo che il flusso termico sia monodimensionale, la potenza termica trasmessa per unità di superficie frontale della lastra e la temperatura di ciascuna delle sue facce.



* tipico valore nel caso di convezione naturale in un gas e irraggiamento moderato.

** tipico valore nel caso di convezione forzata in un liquido; in questo caso l'irraggiamento è generalmente trascurabile.

Esempio 11.1: continua



$$R_{u,\alpha,1} = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}} = 1 \cdot 10^{-1} \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{u,k} = \frac{L}{\lambda} = \frac{1 \cdot 10^{-2} \text{m}}{100 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} = 1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{u,\alpha,2} = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}} = 1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{u,tot} = R_{u,\alpha,1} + R_{u,k} + R_{u,\alpha,2} = 0.1011 \frac{m^2 K}{W}$$

$$K = G_{u,tot} = \frac{1}{R_{u,tot}} = 9.89 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\Phi = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\Delta T}{R_{u,tot}} = K \Delta T = 9.89 \frac{W}{m^2 K} 60 K = 593.5 \frac{W}{m^2}$$

$$T_{\infty,1} - T_{S,1} = \Phi R_{u,\alpha,1} = 593.5 \frac{W}{m^2} 0.1 \frac{m^2 K}{W} = 59.35 K = 59.35^\circ C$$

$$T_{S,1} - T_{S,2} = \Phi R_{u,k} = 593.5 \frac{W}{m^2} 1 \cdot 10^{-4} \frac{m^2 K}{W} = 0.06 K = 0.06^\circ C$$

$$T_{S,2} - T_{\infty,2} = \Phi R_{u,\alpha,2} = 593.5 \frac{W}{m^2} 1 \cdot 10^{-3} \frac{m^2 K}{W} = 0.59 K = 0.59^\circ C$$

$$T_{\infty,1} = 80^{\circ}\text{C}$$

$$T_{\infty,1} - T_{S,1} = 59.35^{\circ}\text{C}$$



$$T_{S,1} = T_{\infty,1} - 59.35^{\circ}\text{C} = (80 - 59.35)^{\circ}\text{C} = 20.65^{\circ}\text{C}$$

$$T_{S,1} - T_{S,2} = 0.06^{\circ}\text{C}$$



$$T_{S,2} = T_{S,1} - 0.06^{\circ}\text{C} = (20.65 - 0.06)^{\circ}\text{C} = 20.59^{\circ}\text{C}$$

$$T_{S,2} - T_{\infty,2} = 0.59^{\circ}\text{C}$$



$$T_{\infty,2} = T_{S,2} - 0.59^{\circ}\text{C} = (20.59 - 0.59)^{\circ}\text{C} = 20^{\circ}\text{C}$$

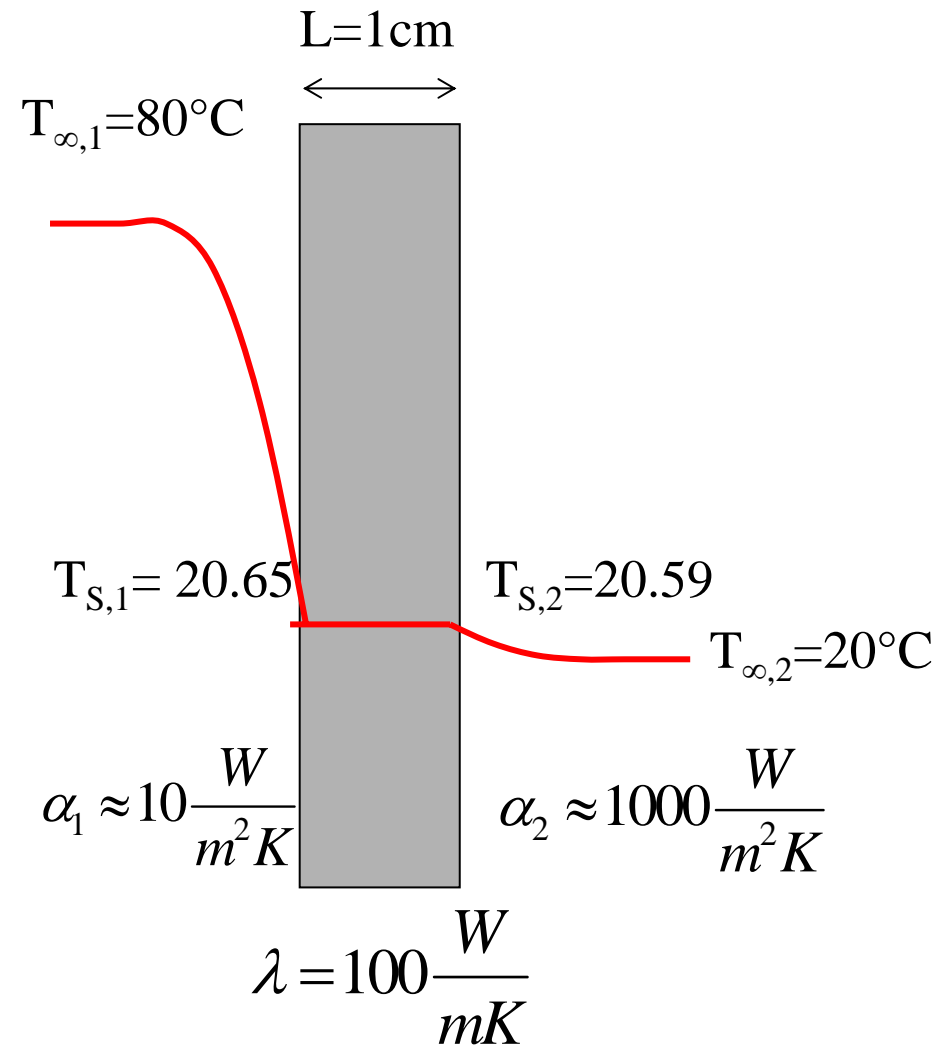
Esempio 11.1: continua

$$T_{\infty,1} = 80^{\circ}\text{C}$$

$$T_{S,1} = 20.65^{\circ}\text{C}$$

$$T_{S,2} = 20.59^{\circ}\text{C}$$

$$T_{\infty,2} = 20^{\circ}\text{C}$$



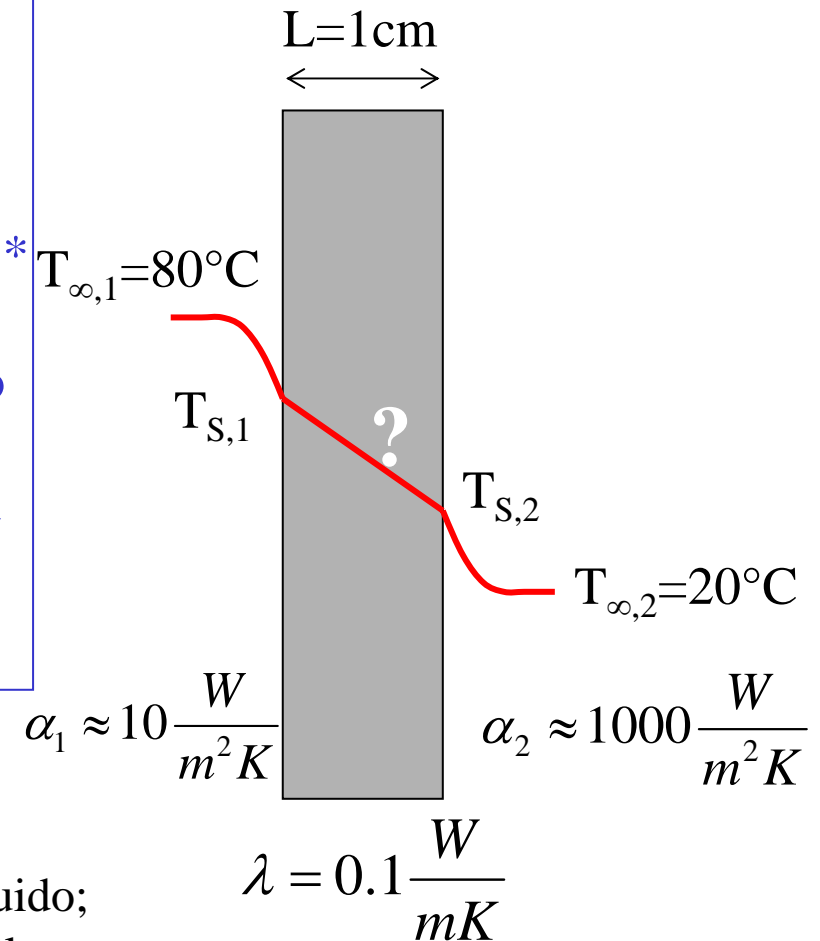
Esempio 11.2

Strato omogeneo di materiale **isolante**

Una lastra di materiale isolante, con conduttività termica $\lambda=0.1\text{ W}/(\text{m K})$ e spessore $L=1\text{ cm}$, separa due ambienti a temperatura, rispettivamente, $T_{\infty,1}=80^\circ\text{C}$ e $T_{\infty,2}=20^\circ\text{C}$.

Le adduttanze superficiali sono $\alpha_1\approx 10\text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ * e $\alpha_2\approx 1000\text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ **.

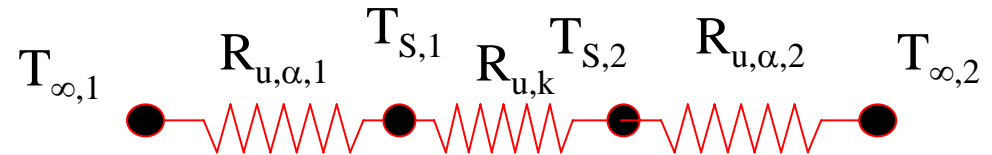
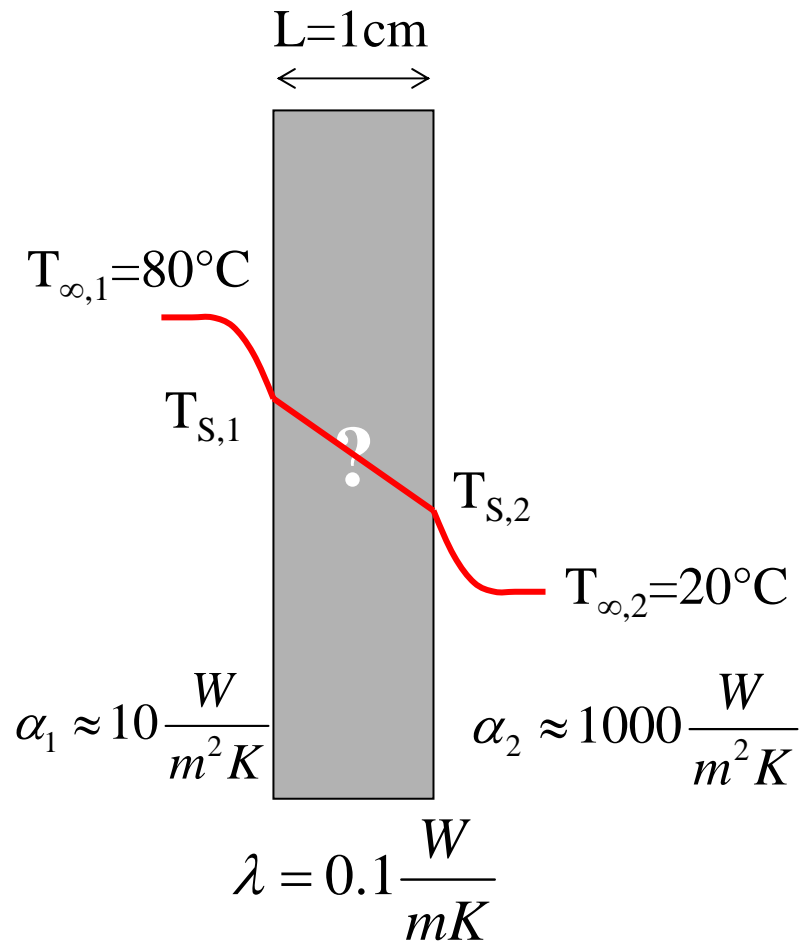
Determinare, allo stato stazionario e supponendo che il flusso termico sia monodimensionale, la potenza termica trasmessa per unità di superficie frontale della lastra e la temperatura di ciascuna delle sue facce.



* tipico valore nel caso di convezione naturale in un gas e irraggiamento moderato.

** tipico valore nel caso di convezione forzata in un liquido; in questo caso l'irraggiamento è generalmente trascurabile.

Esempio 11.2: continua



$$R_{u,\alpha,1} = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}} = 1 \cdot 10^{-1} \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{u,k} = \frac{L}{\lambda} = \frac{1 \cdot 10^{-2} \text{m}}{0.1 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} = 1 \cdot 10^{-1} \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{u,\alpha,2} = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}} = 1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}$$

$$R_{u,tot} = R_{u,\alpha,1} + R_{u,k} + R_{u,\alpha,2} = 0.201 \frac{m^2 K}{W}$$

$$K = G_{u,tot} = \frac{1}{R_{u,tot}} = 4.975 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\Phi = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\Delta T}{R_{u,tot}} = K \Delta T = 4.975 \frac{W}{m^2 K} 60 K = 298.5 \frac{W}{m^2}$$

$$T_{\infty,1} - T_{S,1} = \Phi R_{u,\alpha,1} = 298.5 \frac{W}{m^2} 0.1 \frac{m^2 K}{W} = 29.85 K = 29.85^\circ C$$

$$T_{S,1} - T_{S,2} = \Phi R_{u,k} = 298.5 \frac{W}{m^2} 0.1 \frac{m^2 K}{W} = 29.85 K = 29.85^\circ C$$

$$T_{S,2} - T_{\infty,2} = \Phi R_{u,\alpha,2} = 298.5 \frac{W}{m^2} 1 \cdot 10^{-3} \frac{m^2 K}{W} = 0.30 K = 0.30^\circ C$$

$$T_{\infty,1} = 80^{\circ}\text{C}$$

$$T_{\infty,1} - T_{S,1} = 29.85^{\circ}\text{C}$$



$$T_{S,1} = T_{\infty,1} - 29.85^{\circ}\text{C} = (80 - 29.85)^{\circ}\text{C} = 50.15^{\circ}\text{C}$$

$$T_{S,1} - T_{S,2} = 29.85^{\circ}\text{C}$$



$$T_{S,2} = T_{S,1} - 29.85^{\circ}\text{C} = (50.15 - 29.85)^{\circ}\text{C} = 20.30^{\circ}\text{C}$$

$$T_{S,2} - T_{\infty,2} = 0.30^{\circ}\text{C}$$



$$T_{\infty,2} = T_{S,2} - 0.30^{\circ}\text{C} = (20.30 - 0.30)^{\circ}\text{C} = 20^{\circ}\text{C}$$

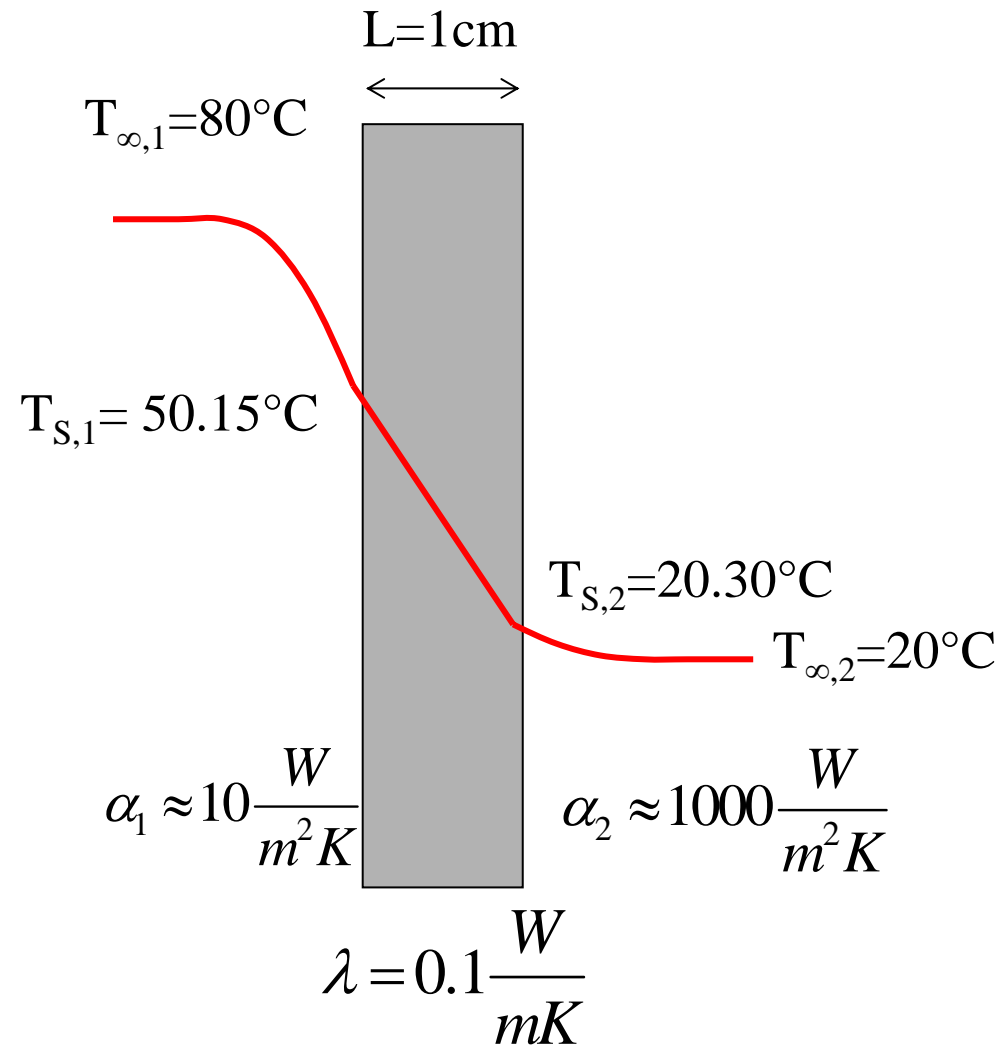
Esempio 11.2: continua

$$T_{\infty,1} = 80^{\circ}\text{C}$$

$$T_{S,1} = 50.15^{\circ}\text{C}$$

$$T_{S,2} = 20.30^{\circ}\text{C}$$

$$T_{\infty,2} = 20^{\circ}\text{C}$$

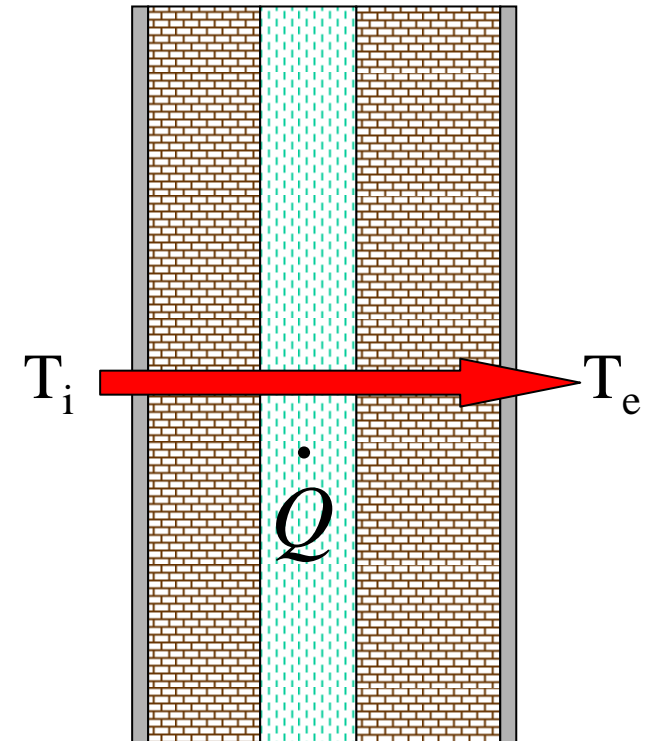


Esempio 11.3

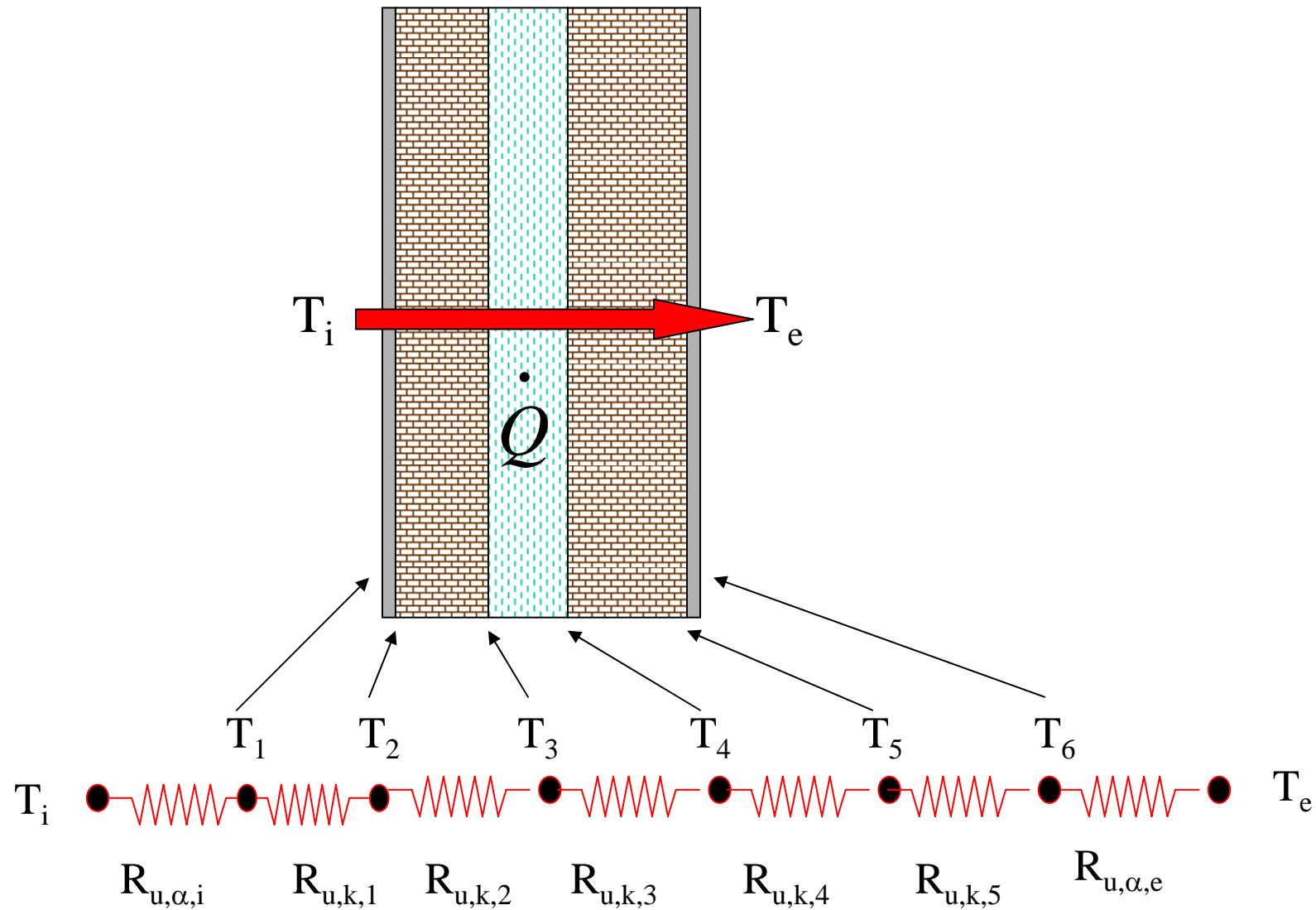
Parete multistrato in laterizio con intercapedine isolata

Una tipica parete multistrato utilizzata in edilizia è costituita da un intonaco interno in calce e gesso (spessore $L_1 = 2$ cm e conduttività termica $\lambda_1 = 0.70$ W/(m K)), da un muro in laterizio forato (spessore $L_2 = 8$ cm e conduttività termica $\lambda_2 = 0.40$ W/(m K)), da una intercapedine riempita di uno strato di materiale buon isolante termico (spessore $L_3 = 6$ cm e conduttività termica $\lambda_3 = 0.037$ W/(m K)), da un secondo muro in laterizio forato (spessore $L_4 = 12$ cm e conduttività termica $\lambda_4 = 0.40$ W/(m K)) e da un intonaco esterno in calce e cemento (spessore $L_5 = 2$ cm e conduttività termica $\lambda_5 = 0.70$ W/(m K)).

- Calcolare la trasmittanza della parete
- Sapendo che la parete separa due ambienti alla temperatura $T_i = 20^\circ\text{C}$ e $T_e = 0^\circ\text{C}$ calcolare il flusso termico trasmesso e le temperature sulle facce di ciascuno strato.



Esempio 11.3: continua



Parete multistrato in laterizio con isolante			
Materiale	Spessore L [m]	Conducibilità λ [W/(m K)]	Resistenza unitaria $R_{u,k,n}$ [m ² K/W]
Intonaco (calce e gesso)	0.02	0.70	0.029
Mattoni in laterizio forato	0.08	0.40	0.200
Isolante	0.06	0.037	1.622
Mattoni in laterizio forato	0.12	0.40	0.300
Intonaco (calce e cemento)	0.02	0.90	0.022
Resistenza unitaria conduttiva interna			2.173
Adduttanza unitaria superficiale interna $\alpha_i = 8.13$ [W/(m ² K)]		$R_{u,\alpha,i} = 1/\alpha_i$	0.123
Adduttanza unitaria superficiale esterna $\alpha_e = 23.26$ [W/(m ² K)]		$R_{u,\alpha,e} = 1/\alpha_e$	0.043
Resistenza unitaria conduttiva totale			2.339

Trasmittanza della parete

$$K = G_{u,tot} = \frac{1}{R_{u,tot}} = \frac{1}{2.339 \frac{m^2 K}{W}} = 0.428 \frac{W}{m^2 K}$$

Potenza termica trasmessa per unità di superficie frontale della parete

$$\Phi = \frac{\dot{Q}}{A} = K \Delta T = 0.428 \frac{W}{m^2 K} (20 - 0) K = 8.56 \frac{W}{m^2}$$

Distribuzione di temperatura

 $T_i = 20\text{ }^\circ\text{C}$

$$T_1 = T_i - \Phi R_{u,\alpha,i} = 20\text{ }^\circ\text{C} - 8.56 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} 0.123 \frac{\text{m}^2\text{ }^\circ\text{C}}{\text{W}} = 19.0\text{ }^\circ\text{C}$$

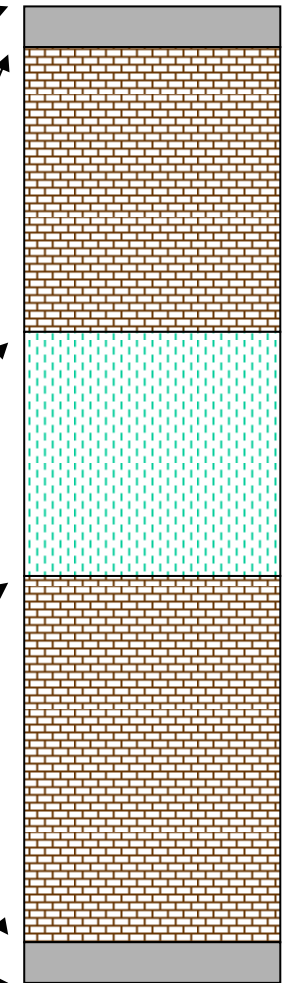
$$T_2 = T_1 - \Phi R_{u,k,1} = 19.0\text{ }^\circ\text{C} - 8.56 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} 0.029 \frac{\text{m}^2\text{ }^\circ\text{C}}{\text{W}} = 18.7\text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_3 = T_2 - \Phi R_{u,k,2} = 18.7\text{ }^\circ\text{C} - 8.56 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} 0.200 \frac{\text{m}^2\text{ }^\circ\text{C}}{\text{W}} = 17.0\text{ }^\circ\text{C}$$

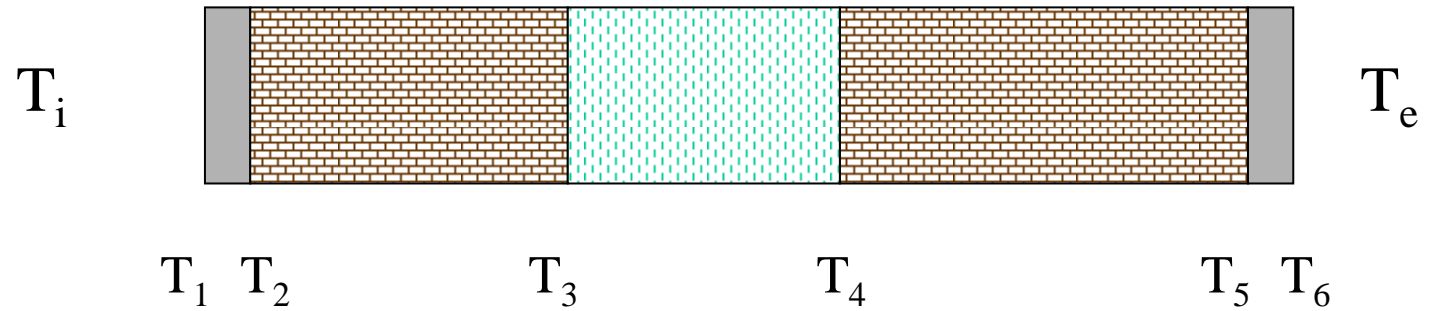
$$T_4 = T_3 - \Phi R_{u,k,3} = 17.0\text{ }^\circ\text{C} - 8.56 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} 1.622 \frac{\text{m}^2\text{ }^\circ\text{C}}{\text{W}} = 3.1\text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_5 = T_4 - \Phi R_{u,k,4} = 3.1\text{ }^\circ\text{C} - 8.56 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} 0.300 \frac{\text{m}^2\text{ }^\circ\text{C}}{\text{W}} = 0.5\text{ }^\circ\text{C}$$

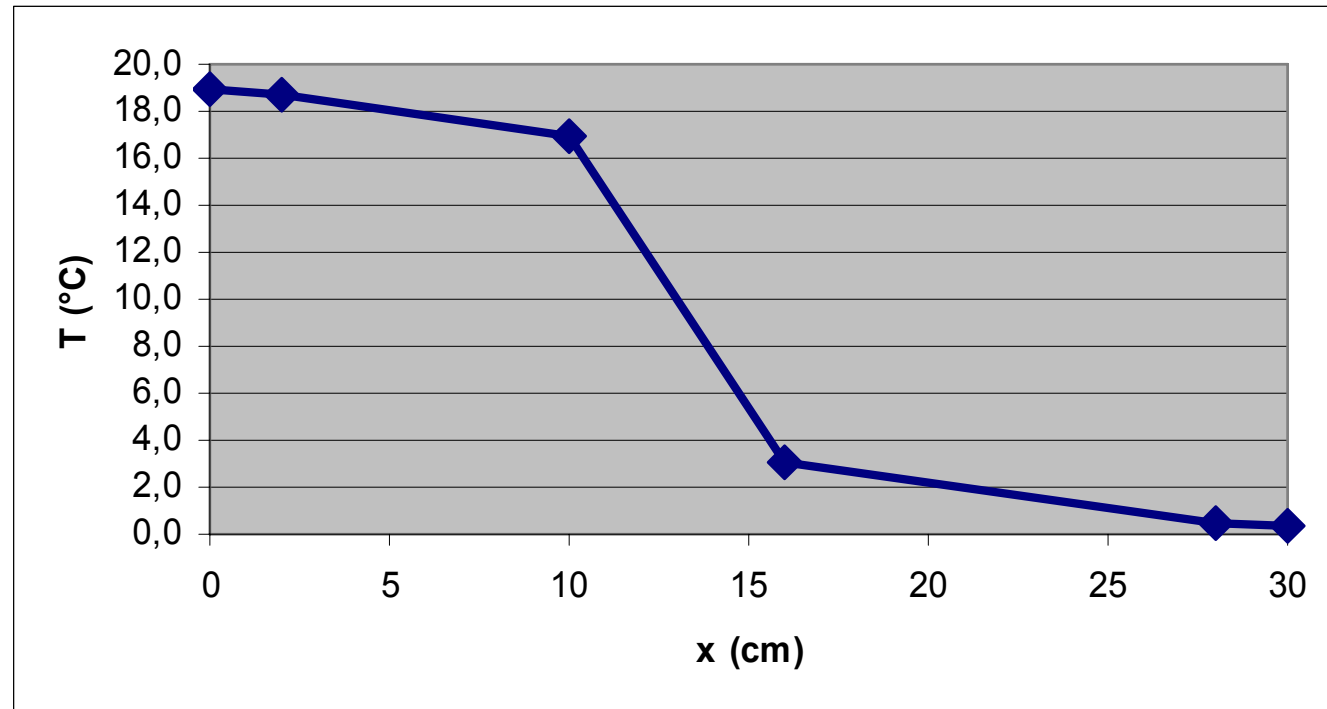
$$T_6 = T_5 - \Phi R_{u,\alpha,i} = 0.5\text{ }^\circ\text{C} - 8.56 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} 0.022 \frac{\text{m}^2\text{ }^\circ\text{C}}{\text{W}} = 0.3\text{ }^\circ\text{C}$$

 $T_e = 0\text{ }^\circ\text{C}$

Distribuzione di temperatura



T_i	20.0
T_1	19.0
T_2	18.7
T_3	17.0
T_4	3.1
T_5	0.5
T_6	0.3
T_e	0.0



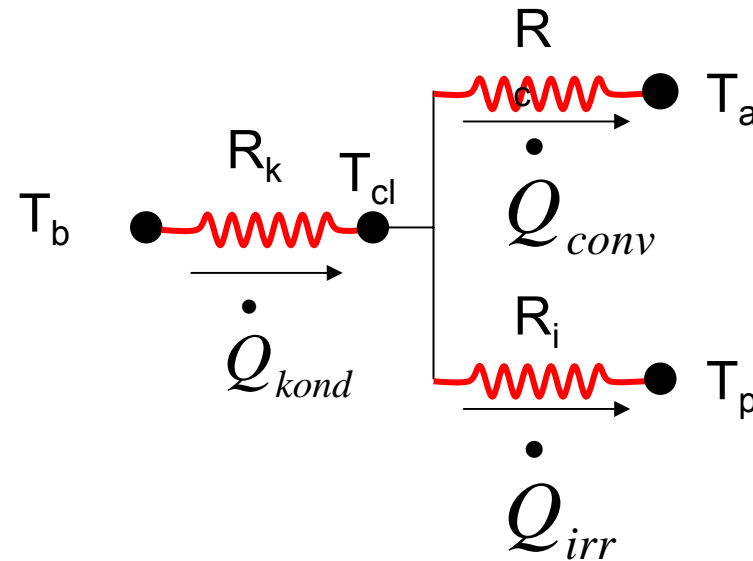
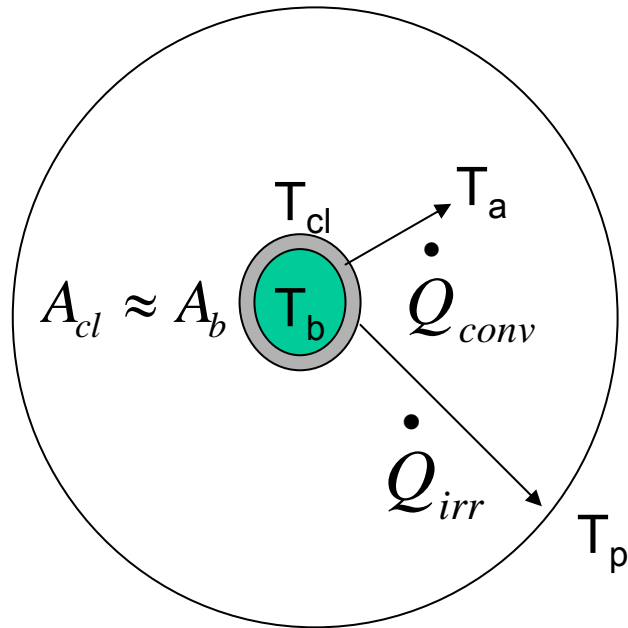
Esempio 11.4

Un modello fortemente semplificato della interazione individuo – ambiente

Si consideri un corpo di area $A_b=1,8 \text{ m}^2$, ricoperto con un rivestimento isolante di spessore trascurabile e resistenza termica unitaria $R_{u,k}\approx 0,155 \text{ (m}^2\text{K/W)}$ (ovvero conduttanza unitaria $C_{u,k}=1/R_{u,k}\approx 6,45 \text{ (W/m}^2\text{K)}$). Il corpo si trova alla temperatura $T_b\approx 37^\circ\text{C}$ in un grande ambiente chiuso le cui pareti sono alla temperatura $T_p\approx 18^\circ\text{C}$, in aria alla temperatura $T_a\approx 20^\circ\text{C}$.

Determinare il bilancio termico allo stato stazionario supponendo che i coefficienti di scambio per convezione ed irraggiamento siano rispettivamente $h_c\approx 5 \text{ (W/m}^2\text{K)}$ e $h_i\approx 4 \text{ (W/m}^2\text{K)}$.

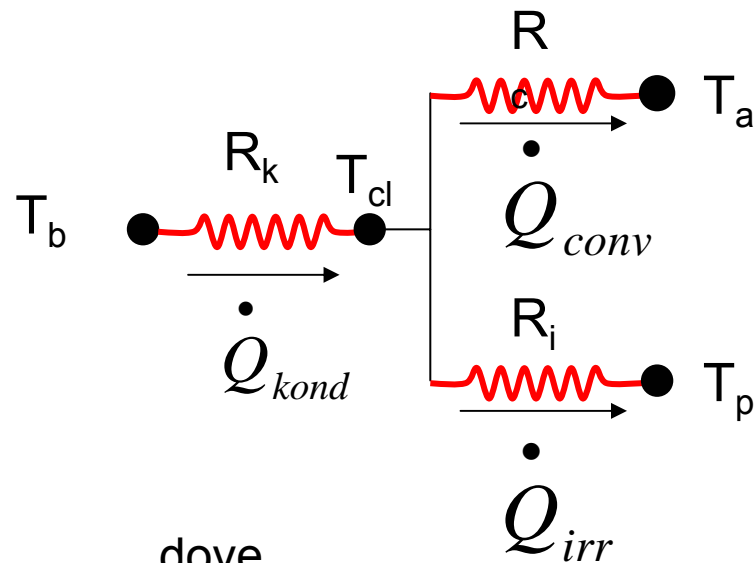
Esempio 11.4: continua



Allo stato stazionario

$$\dot{Q}_{kond} = \dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{irr}$$

Esempio 11.4: continua



dove

$$\dot{Q}_{kond} = \frac{T_b - T_{cl}}{R_k} = C_k (T_b - T_{cl})$$

$$\dot{Q}_{conv} = \frac{T_{cl} - T_a}{R_c} = C_c (T_{cl} - T_a)$$

$$\dot{Q}_{irr} = \frac{T_{cl} - T_p}{R_i} = C_i (T_{cl} - T_p)$$

Allo stato stazionario

$$\dot{Q}_{kond} = \dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{irr}$$

$$C_k = \frac{1}{R_{u,k}} A_b$$

$$C_c = h_c A_b$$

$$C_i = h_i A_b$$

essendo

$$A_{cl} \approx A_b$$

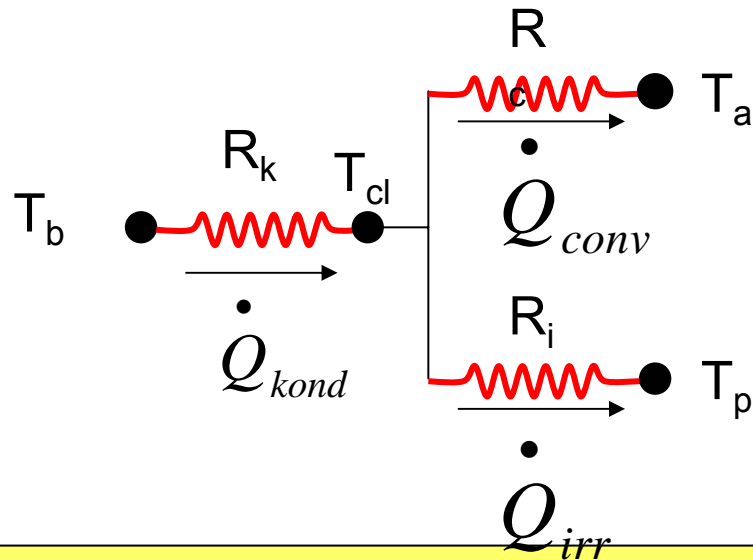
$$\dot{Q}_{kond} = \dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{irr}$$

$$\rightarrow C_k (T_b - T_{cl}) = C_c (T_{cl} - T_a) + C_i (T_{cl} - T_p)$$

$$(C_k + C_c + C_i) T_{cl} = C_k T_b + C_c T_a + C_i T_p$$

$$T_{cl} = \frac{C_k T_b + C_c T_a + C_i T_p}{C_k + C_c + C_i} = \frac{C_{u,k} A_b T_b + h_c A_b T_a + h_i A_b T_p}{C_{u,k} A_b + h_c A_b + h_i A_b} = \frac{C_{u,k} T_b + h_c T_a + h_i T_p}{C_{u,k} + h_c + h_i} =$$

$$= \frac{6,45 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \cdot 37^\circ C + 5 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \cdot 20^\circ C + 4 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \cdot 18^\circ C}{6,45 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} + 5 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} + 4 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}} \approx 26,6^\circ C$$



$$\dot{Q}_k = C_{u,k} A_b (T_b - T_{cl}) = 6,45 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \cdot 1,8 m^2 \cdot 10,4^\circ C \approx 120 W$$

$$\dot{Q}_c = h_c A_b (T_{cl} - T_a) = 5 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \cdot 1,8 m^2 \cdot 6,6^\circ C \approx 60 W \approx (50\%) T_k$$

$$\dot{Q}_i = h_i A_b (T_{cl} - T_p) = 4 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \cdot 1,8 m^2 \cdot 8,6^\circ C \approx 60 W \approx (50\%) T_k$$

ALETTE E SUPERFICI ALETTATE

Potenza termica scambiata per convezione tra una superficie solida a temperatura T_s ed un fluido a temperatura T_∞ :

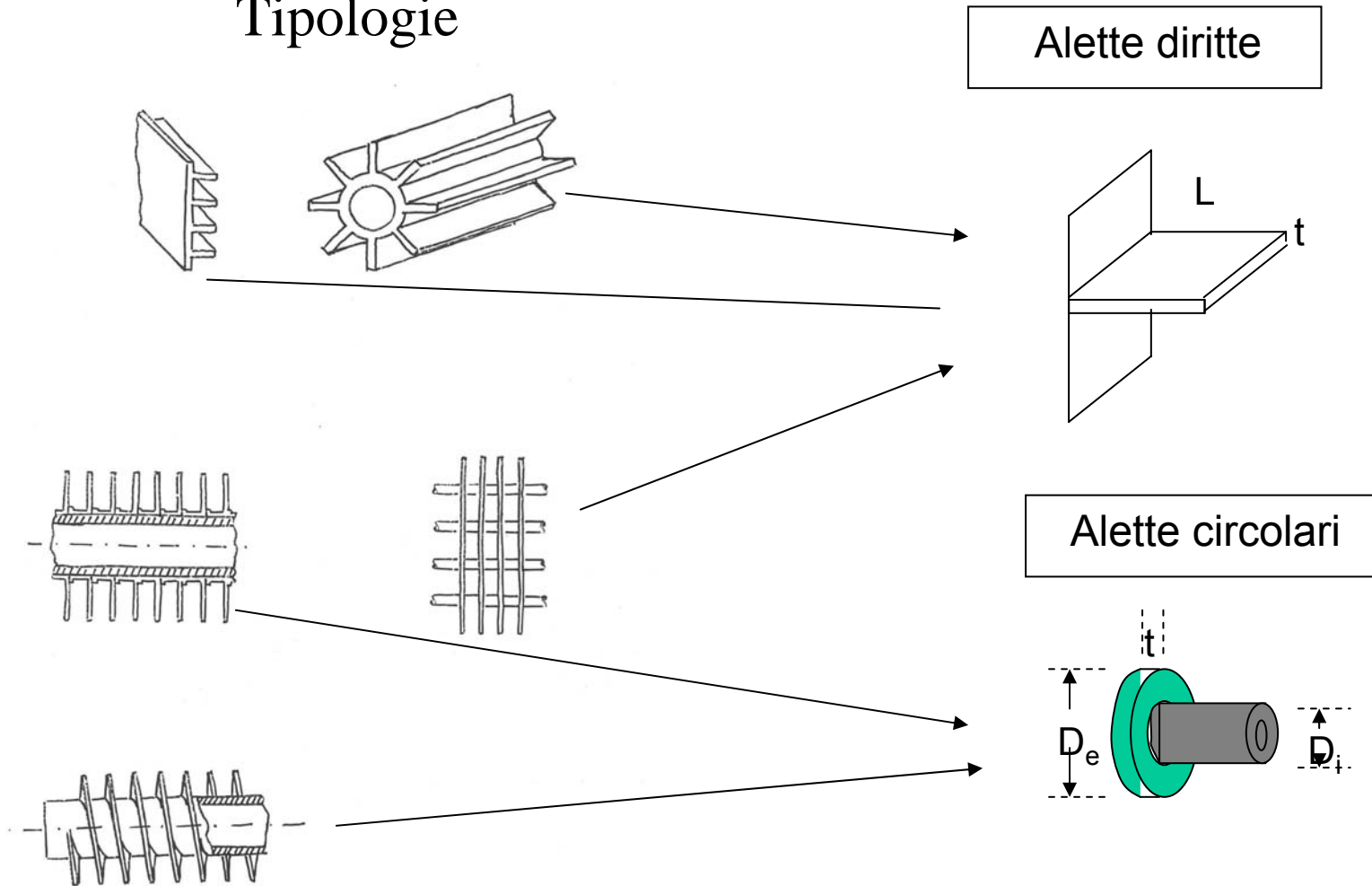
$$\dot{Q} = hA(T_s - T_\infty)$$

Se le temperature della superficie e del fluido sono fissate come grandezze di progetto, si può aumentare la potenza termica scambiata aumentando il coefficiente di scambio termico h (ad esempio passando da convezione naturale a forzata, aumentando la velocità di flusso, promuovendo la turbolenza del flusso, utilizzando un fluido liquido piuttosto che gassoso ecc.) ovvero aumentando l'area della superficie di scambio.

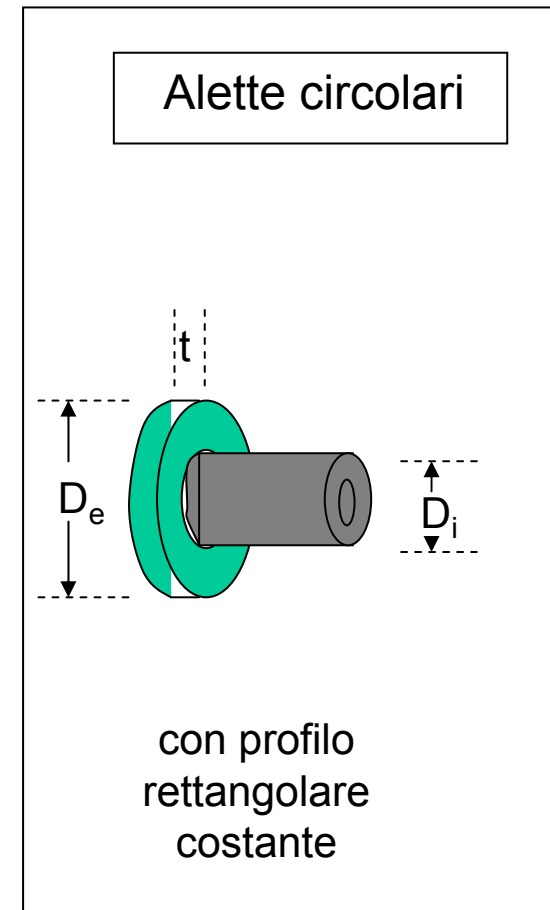
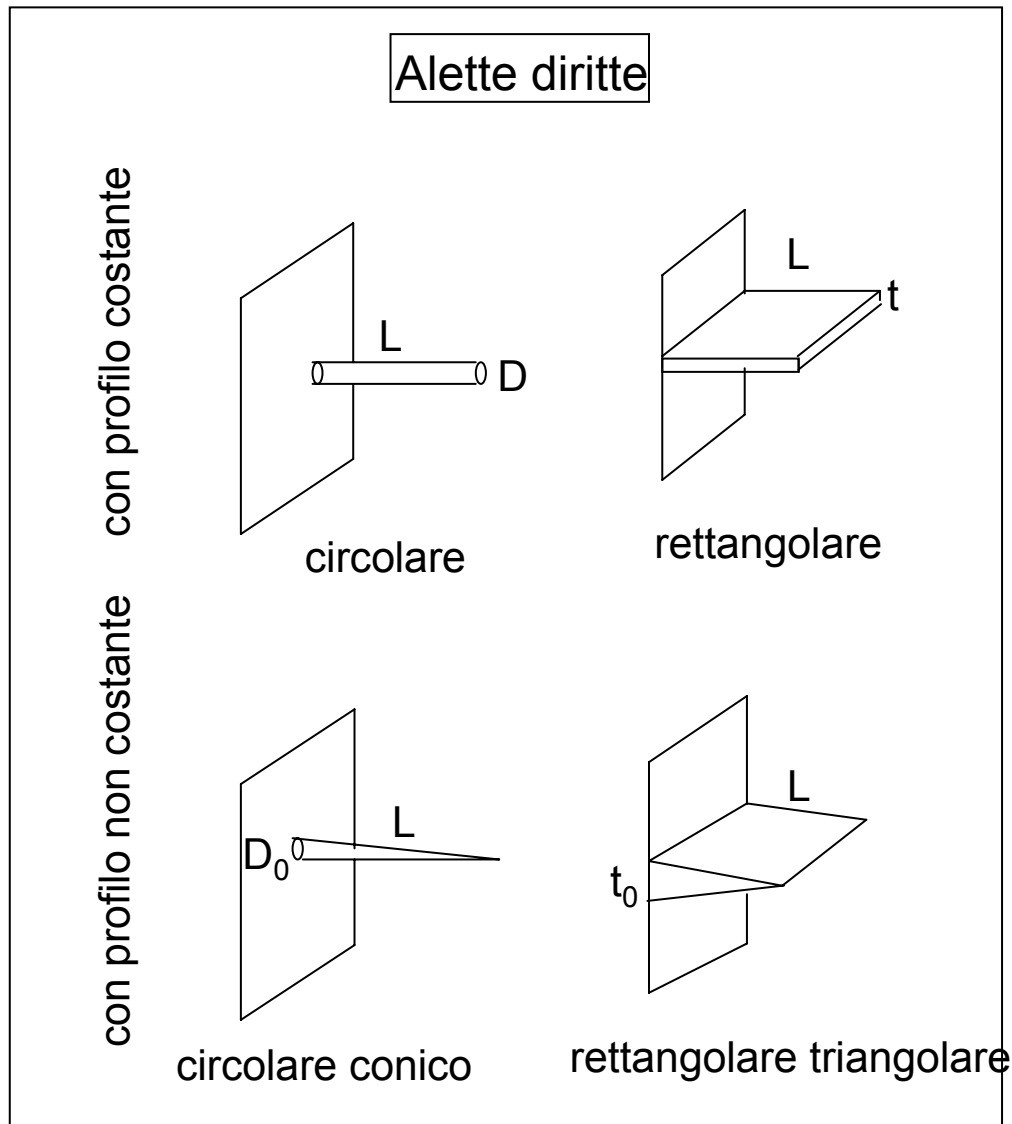
Il metodo più utilizzato per innalzare lo scambio termico aumentando l'area di scambio è quello basato sull'uso di superfici estese (**superfici alettate**), realizzate apponendo sulla superficie delle appendici di materiale fortemente conduttore termico, dette **alette**.

Alette e superfici alettate

Tipologie

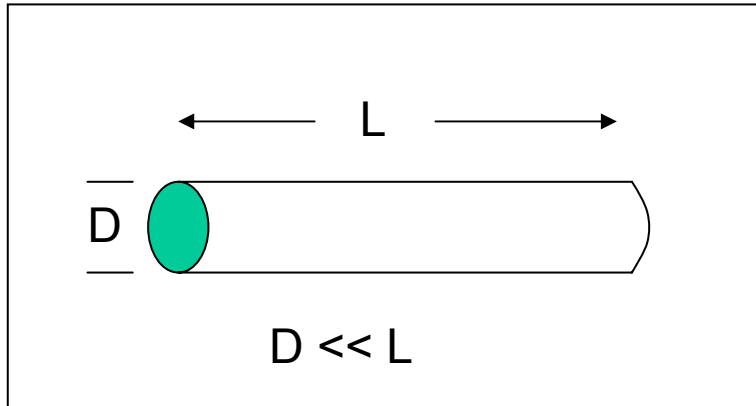


Alette e superfici alettate



Alette e superfici alettate

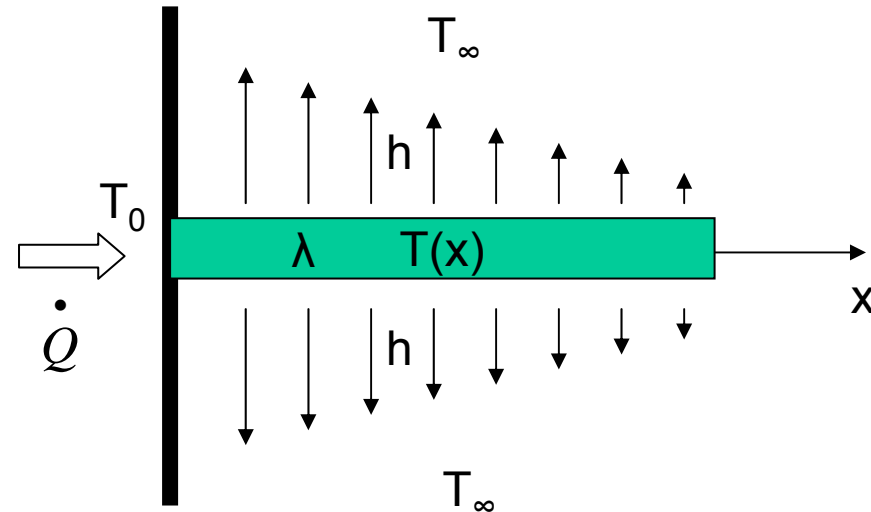
ALETTA A SPILLO



$$P = \text{perimetro} = \pi D$$

$$A_{base} = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$A_{aletta} \approx A_{laterale} = PL$$



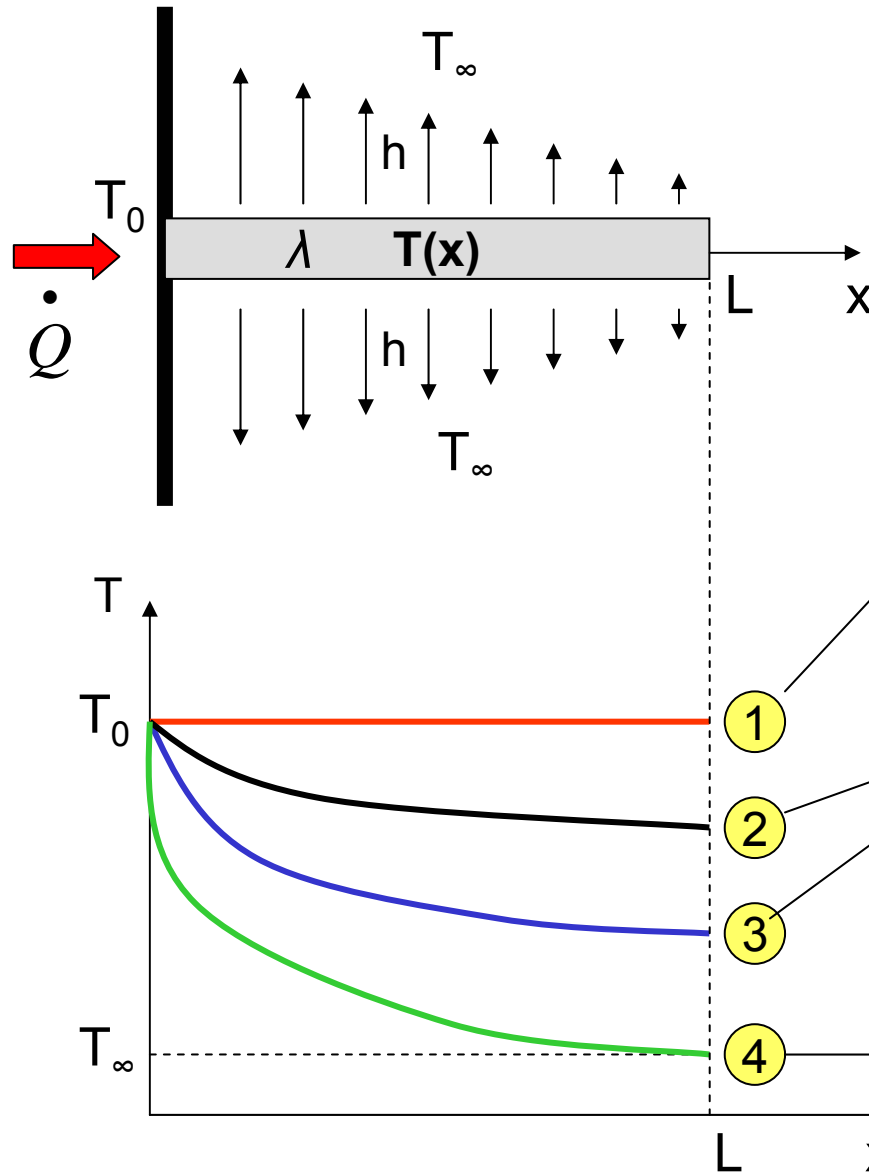
Se la resistenza termica conduttiva della aletta fosse nulla (**aletta ideale**: $\lambda \rightarrow \infty$) la temperatura lungo l'aletta sarebbe uniforme e la potenza termica dissipata sarebbe:

$$\dot{Q}_{ideale} = hA_{aletta} (T_0 - T_\infty)$$

In una **aletta reale** la temperatura diminuisce all'aumentare di x per cui la potenza dissipata è minore rispetto al caso ideale.

$$\dot{Q}_{reale} < \dot{Q}_{ideale}$$

Alette e superfici alettate



$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_{base}}}$$

Aletta ideale

$$\left\{ \begin{array}{l} T(x) = T_0 \\ \dot{Q}_{ideale} = hA_{aletta}(T_0 - T_\infty) \end{array} \right.$$

Aletta con estremità isolata

$$\left\{ \begin{array}{l} T(x) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)} \\ \dot{Q} = \sqrt{\lambda Ph A_{base}} (T_0 - T_\infty) \operatorname{tgh}(mL) \end{array} \right.$$

Aletta infinita

$$\left\{ \begin{array}{l} T(x) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) e^{-mx} \\ \dot{Q}_{aletta} = \sqrt{\lambda Ph A_{base}} (T_0 - T_\infty) \end{array} \right.$$

Alette e superfici alettate

EFFICIENZA DI UNA ALETTA

\dot{Q}_{aletta} = potenza dissipata dalla aletta

\dot{Q}_{ideale} = potenza dissipata dalla aletta se fosse tutta alla stessa temperatura della base

$$\eta_{aletta} = \frac{\dot{Q}_{aletta}}{\dot{Q}_{ideale}} = \frac{\dot{Q}_{aletta}}{hA_{aletta}(T_0 - T_\infty)}$$

Se si conosce l'efficienza η

$$\dot{Q}_{aletta} = \eta_{aletta} \dot{Q}_{ideale} = \eta_{aletta} hA_{aletta} (T_0 - T_\infty)$$

Alette e superfici alettate

Esempio: Aletta a spillo

Se si trascura la dissipazione dall'estremità dell'aletta

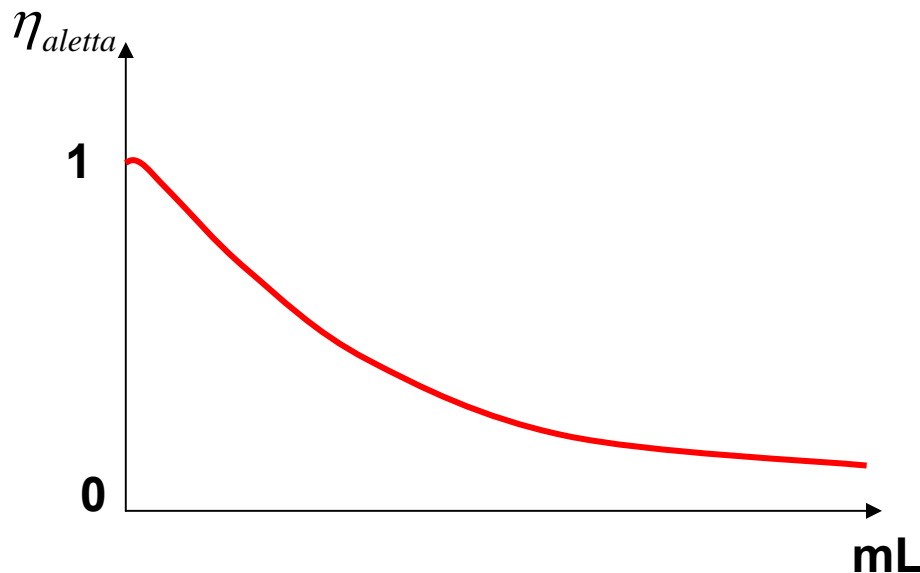


$$A_{base} = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$A_{aletta} \approx A_{laterale} = PL = \pi D L$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_{base}}} = \sqrt{\frac{4h}{\lambda D}}$$

$$\eta_{aletta} \approx \frac{\sqrt{\lambda P h A_{base}} (T_0 - T_\infty) \operatorname{tgh}(mL)}{h P L (T_0 - T_\infty)} = \frac{\operatorname{tgh}(mL)}{\sqrt{\frac{hP}{\lambda A_{base}} L}} = \frac{\operatorname{tgh}(mL)}{mL}$$



η_{aletta} diminuisce

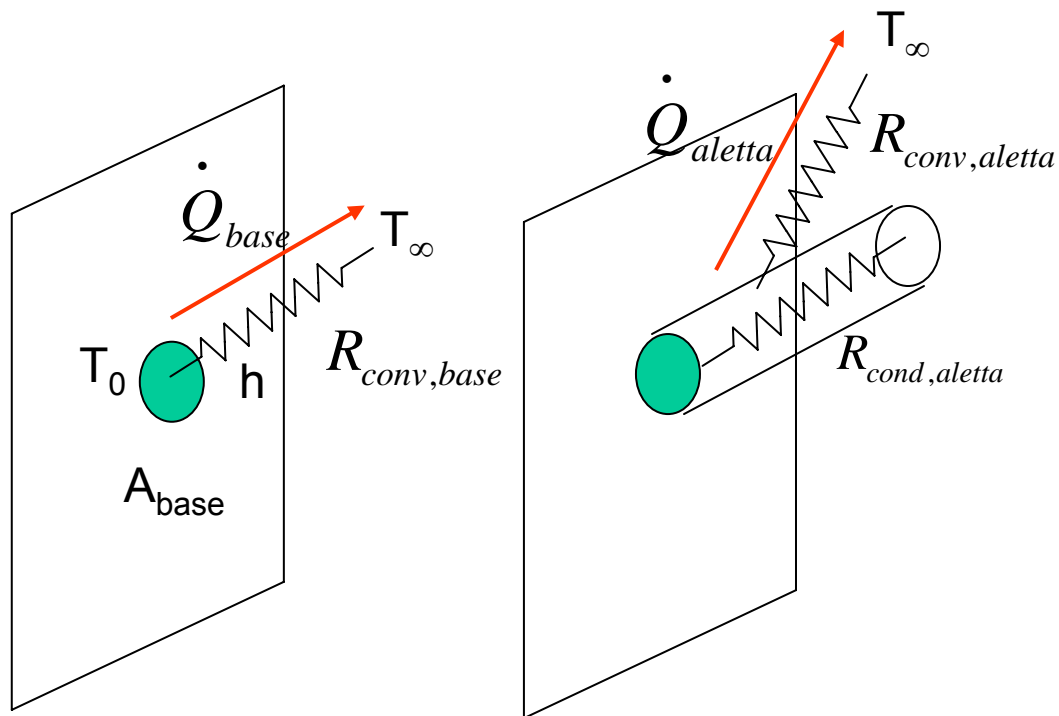
al crescere di

$$mL = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A}} \cdot L$$

Alette e superfici alettate

EFFICACIA DI UNA ALETTA

Le alette aumentano la superficie di scambio e quindi innalzano lo scambio termico, ma tale aumento deve essere tale da giustificare l'aumento di costo, di peso e di ingombro. Pertanto oltre ad utilizzare alette con elevata efficienza occorre verificare che il loro uso sia vantaggioso: la grandezza utilizzata a questo scopo è l'efficacia.

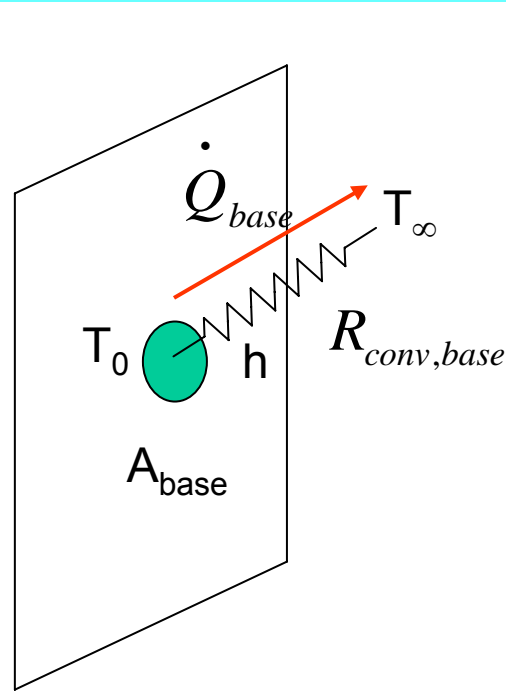


Dal punto di vista termico, la presenza della aletta riduce la resistenza convettiva

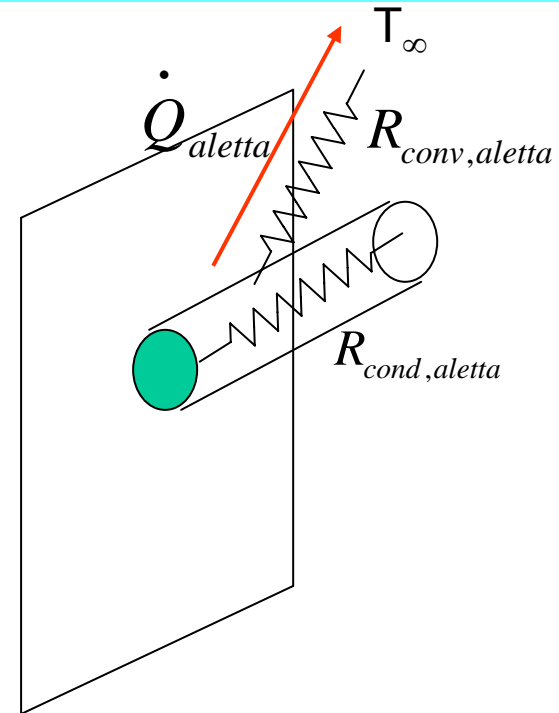
$$(1/hA_{aletta} < 1/hA_{base})$$

ma introduce una resistenza conduttiva che in assenza di aletta non c'è.

Alette e superfici alettate



$$\dot{Q}_{base} = hA_{base} (T_0 - T_\infty)$$



$$\dot{Q}_{aletta} \approx \sqrt{hP\lambda A_{base}} (T_0 - T_\infty)$$

$$\mathcal{E}_{aletta} = \text{Efficacia} = \frac{\text{Potenza dissipata dalla aletta}}{\text{Potenza dissipata dalla base senza aletta}} = \frac{\dot{Q}_{aletta}}{\dot{Q}_{base}}$$

Alette e superfici alettate

Aletta infinita

$$\varepsilon_{aletta} = \frac{\dot{Q}_{aletta}}{\dot{Q}_{base}} = \frac{\sqrt{hP\lambda A_{base}} (T_0 - T_\infty)}{hA_{base} (T_0 - T_\infty)} = \frac{1}{\sqrt{\frac{hA_{base}}{\lambda P}}}$$



$$\varepsilon_{aletta} \gg 1 \quad \text{per} \quad \sqrt{\frac{hA_{base}}{\lambda P}} \ll 1$$

$$\sqrt{\frac{hA_{base}}{\lambda P}} = \sqrt{\frac{h}{\lambda} L_{caratt}} = \sqrt{\frac{L_{caratt}/\lambda}{1/h}} = \sqrt{\frac{R_{u,cond}}{R_{u,conv}}} = \sqrt{\frac{R_{int}}{R_{ext}}} = \sqrt{Bi}$$

Bi = numero di Biot

Aletta con estremità isolata

$$\varepsilon_{aletta} = \frac{tgh(mL)}{\sqrt{\frac{hA_{base}}{\lambda P}}} = \frac{tgh(mL)}{\sqrt{Bi}}$$

Alette e superfici alettate

Si è visto che l'alettatura è vantaggiosa nel caso

$$\varepsilon_{aletta} \gg 1 \quad \text{per} \quad \sqrt{Bi} = \sqrt{\frac{hA_{base}}{\lambda P}} \ll 1$$



La **conducibilità termica** λ del materiale dell'aletta deve essere più alta possibile.



Il **rapporto tra perimetro e area** della sezione della aletta P/A_{base} deve essere più elevata possibile: il criterio è soddisfatto da alette piane di piccolo spessore o da alette a spillo sottili.



E' più conveniente alettare nei casi in cui il **coefficiente di scambio termico convettivo** h è basso, ad esempio quando lo scambio avviene per convezione naturale e quando il fluido refrigerante è un gas. In alcune applicazioni con h particolarmente elevato (liquidi in convezione forzata o fluidi in cambiamento di fase) l'alettatura può addirittura essere controproducente.

Esempio 11.5

Aletta a spillo in alluminio ($\lambda = 200 \text{ W/(m K)}$), diritta con profilo circolare costante, con $D = 4 \text{ mm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ e $L = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.
Determinare: efficienza, efficacia e potenza termica scambiata, nel caso di coefficiente di scambio termico convettivo:
a) $h = 5 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$, b) $h = 500 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$, c) $h = 50000 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$.

a) $h = 5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

$$\left. \begin{aligned} A_{base} &= \frac{\pi D^2}{4} \\ P &= \pi D \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{A_{base}}{P} = \frac{D}{4} = 10^{-3} \text{ m}$$
$$Bi = \frac{h A_{base}}{\lambda P} = 5 \cdot 10^{-5} \ll 1$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_{base}}} = 5m^{-1}$$

$$mL = 0,1$$

$$\eta_{aletta} = \frac{\operatorname{tgh}(mL)}{mL} = \left(\frac{e^{mL} - e^{-mL}}{e^{mL} + e^{-mL}} \right) \frac{1}{mL} = 0,997$$

$$\varepsilon_{aletta} = \frac{\operatorname{tgh}(mL)}{\sqrt{Bi}} \cong 20$$

Infatti

$$\frac{\dot{Q}_{aletta}}{T_0 - T_\infty} = \eta hPL = 1,3 \cdot 10^{-3} \frac{W}{K}$$

$$\frac{\dot{Q}_{base}}{T_0 - T_\infty} = hA = 6,3 \cdot 10^{-5} \frac{W}{K}$$



$$\frac{\dot{Q}_{aletta}}{\dot{Q}_{base}} \cong 20$$

Esempio 11.5: continua

h (W/m ² K)	500	50000
m (m ⁻¹)	50	500
mL	1	10
η_{aletta}	0,76	0,1
\sqrt{Bi}	0,05	0,5
ε_{aletta}	15	2
$\dot{Q}_{aletta}/(T_0 - T_\infty)$ (W/K)	9,6 10 ⁻²	1,25
$\dot{Q}_{base}/(T_0 - T_\infty)$ (W/K)	6,3 10 ⁻³	0,63
$\dot{Q}_{aletta}/\dot{Q}_{base}$	15	2

SCAMBIATORI DI CALORE

Gli scambiatori di calore sono apparecchiature utilizzate per realizzare la trasmissione di calore tra due fluidi.

Si distinguono in:

- scambiatori di calore a miscela, in cui i due fluidi si miscelano;
- **scambiatori di calore a superficie.**

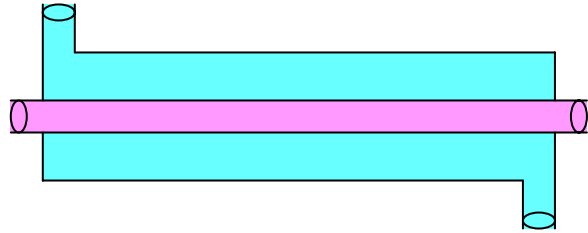
Negli scambiatori di calore a superficie i due fluidi non si miscelano in quanto sono separati da una parete solida buona conduttrice di calore.

Lo scambio termico avviene per convezione tra i fluidi e la superficie della parete di separazione e per conduzione attraverso la parete stessa.

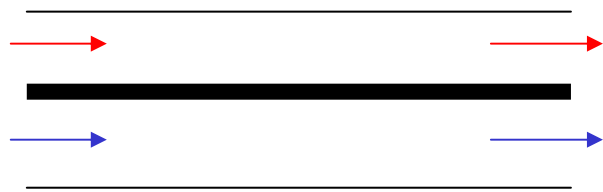
Generalmente lo scambio di calore per irraggiamento è trascurabile.

Scambiatori di calore

Scambiatore tubo in tubo



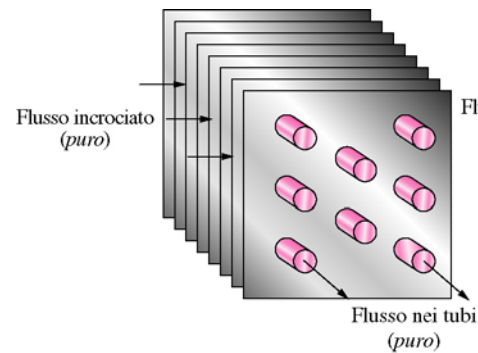
in equicorrente



in controcorrente

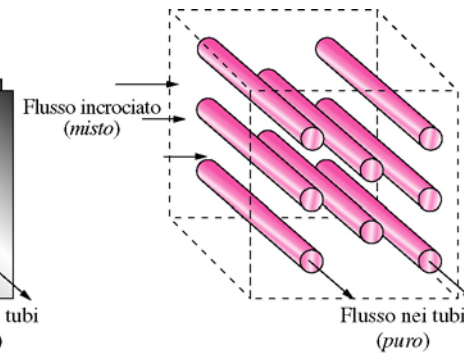


Batteria alettata in cross-flow



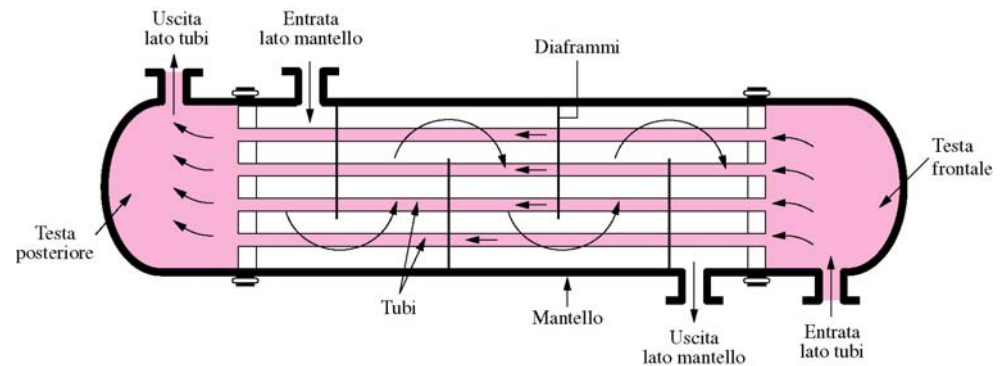
(a) Entrambi i flussi misti

Batteria di tubi in cross-flow

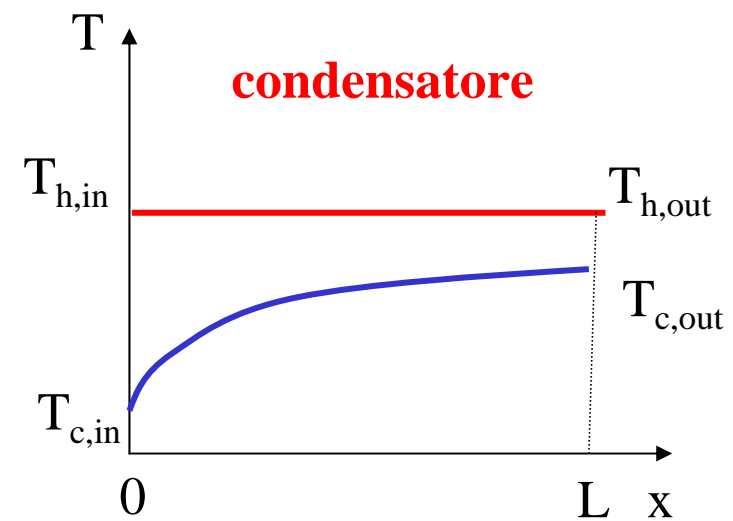
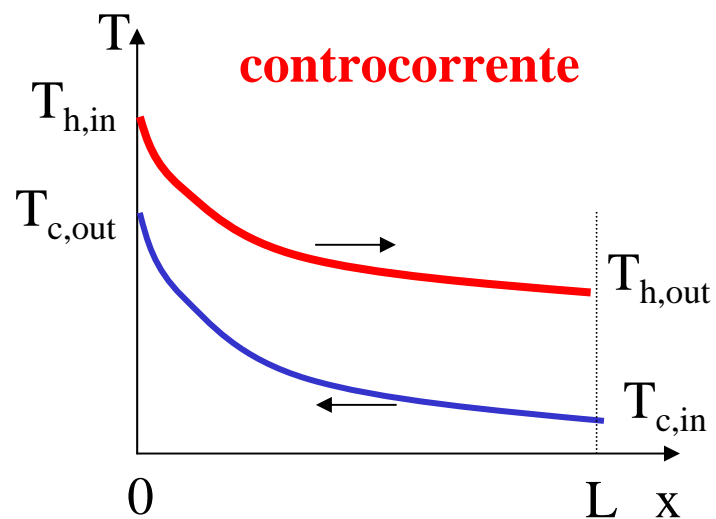
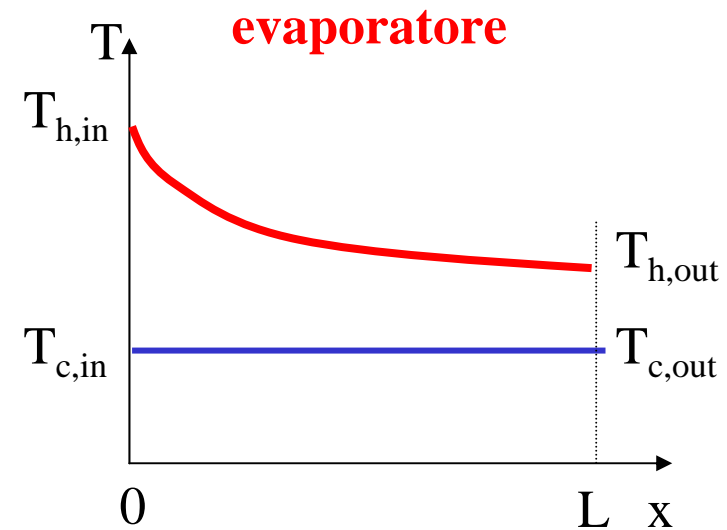
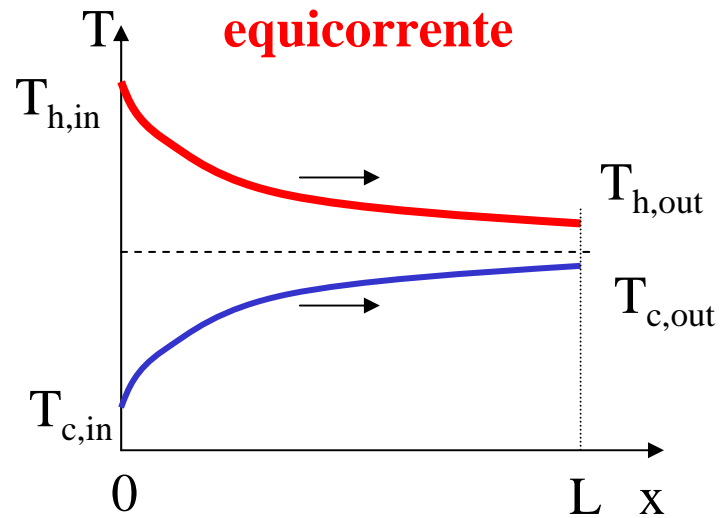


(b) Un flusso misto, l'altro puro

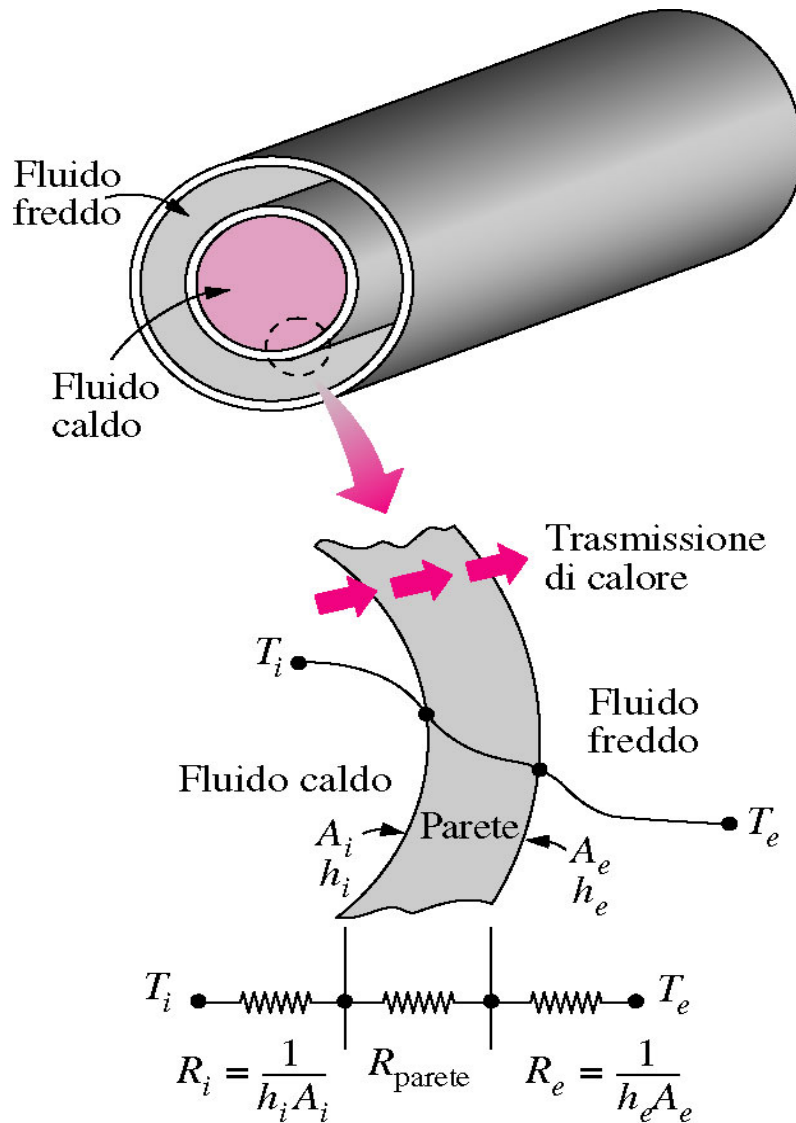
Scambiatore a tubi e mantello



Scambiatori di calore: distribuzione di temperatura



Scambiatori di calore



$$\dot{Q} = UA \overline{\Delta T}$$

U = coefficiente globale di scambio termico

A = superficie di scambio

$$UA = \frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{\frac{1}{h_{c,i} A_i} + R_{parete} + \frac{1}{h_{c,e} A_e}}$$

$\overline{\Delta T}$ = differenza di temperatura media

MECCANISMI COMBINATI IN REGIME TRANSITORIO

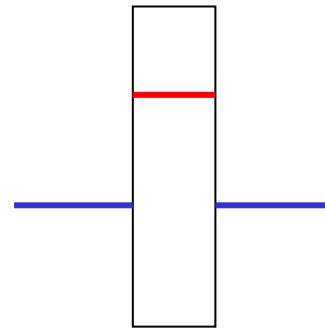
In generale, la temperatura di un corpo varia con il tempo e la posizione.

Consideriamo un corpo solido immerso in un fluido che scambia calore per convezione con un fluido, che si trova a temperatura (costante) diversa da quella iniziale del solido.

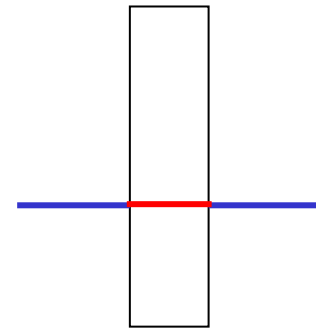
Si instaura uno scambio termico tra la superficie del corpo ed il fluido per convezione e all'interno del corpo solido per conduzione, fino a quando la temperatura in ogni punto del solido sarà uguale a quello del fluido (condizione termica di equilibrio).

Se il corpo separa due fluidi a diversa temperatura, la condizione di equilibrio termico sarà quella corrispondenza alla distribuzione di stato stazionario.

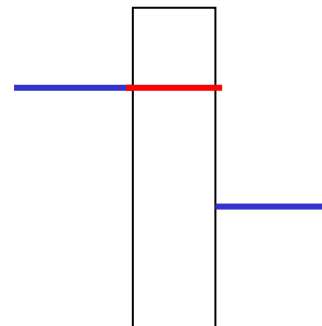
Stato iniziale



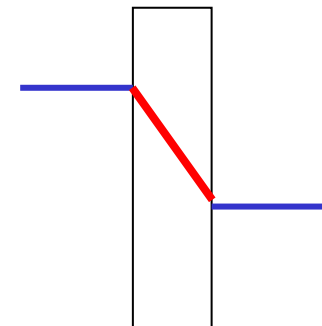
Stato finale



Stato iniziale

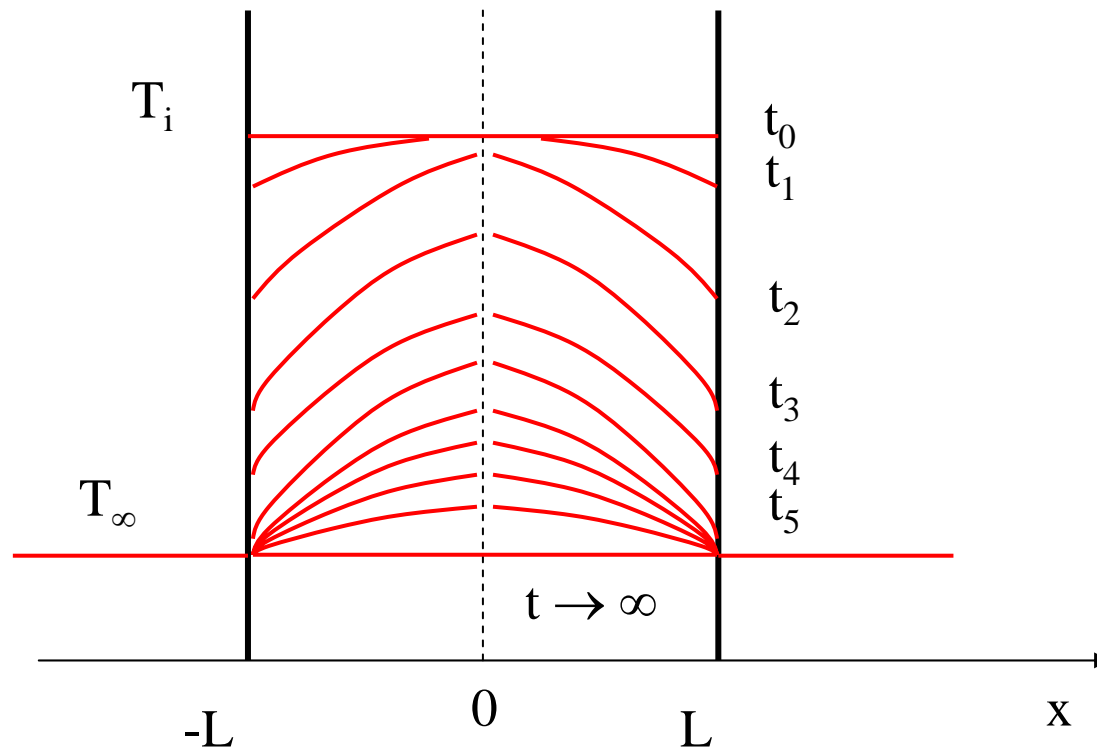


Stato finale



Meccanismi combinati in regime transitorio

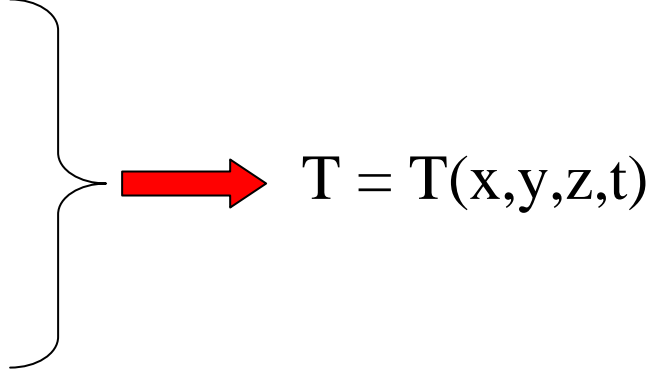
Il caso generale



Meccanismi combinati in regime transitorio

IL SISTEMA A PARAMETRI CONCENTRATI

Lo studio dello scambio termico in regime variabile nel tempo tra un solido ed un fluido, nel caso generale, richiede la soluzione di complesse equazioni differenziali alle derivate parziali, poiché la temperatura è funzione sia delle variabili spaziali che del tempo.

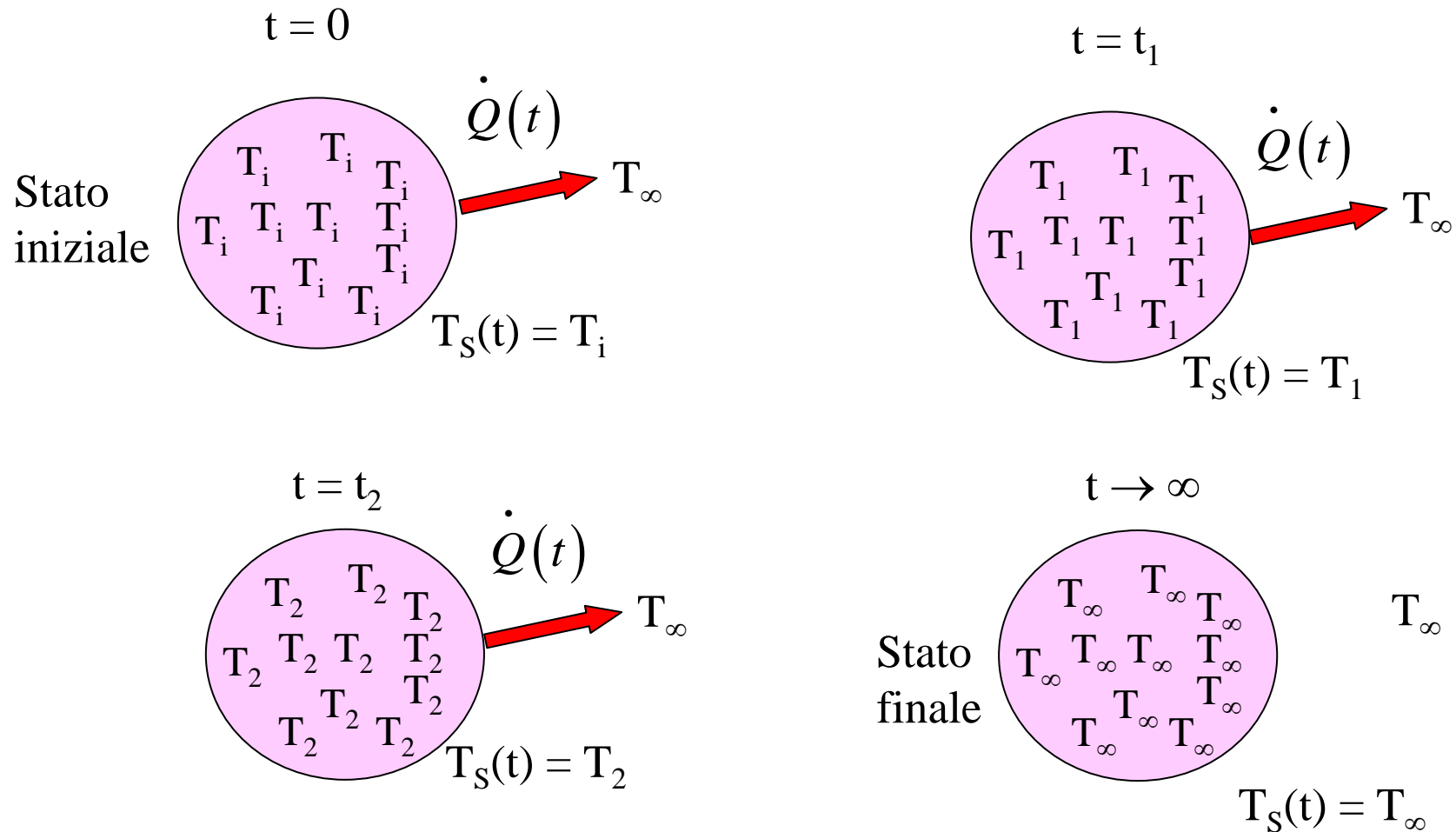

$$T = T(x,y,z,t)$$

La soluzione è notevolmente più semplice nel caso di corpi (ad esempio di piccole dimensioni) per i quali si possa supporre che durante il processo di scambio termico la temperatura interna del corpo sia uniforme (ovvero indipendente dalla posizione). In altre parole la temperatura in ogni punto interno del solido varia nel tempo ma ad ogni istante di tempo è uguale alla temperatura della superficie del corpo. In questo senso si parla di temperatura del corpo (**sistema a parametri concentrati**).

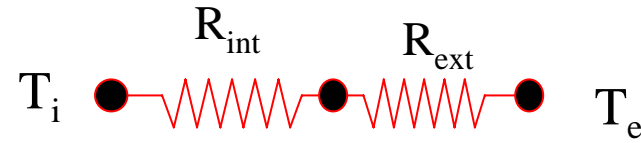
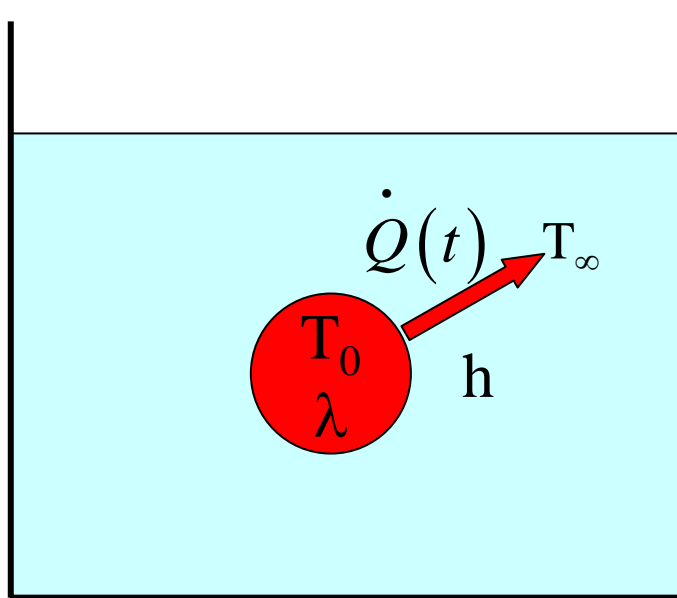

$$T = T(t)$$

Meccanismi combinati in regime transitorio

IL SISTEMA A PARAMETRI CONCENTRATI



Flusso termico transitorio in sistemi con resistenza interna trascurabile




$$R_{int} \rightarrow \frac{L}{\lambda A}$$

$$R_{ext} \rightarrow \frac{1}{hA}$$

$$\frac{R_{int}}{R_{ext}} \rightarrow \frac{hL}{\lambda} = Bi$$

Bi = numero di Biot

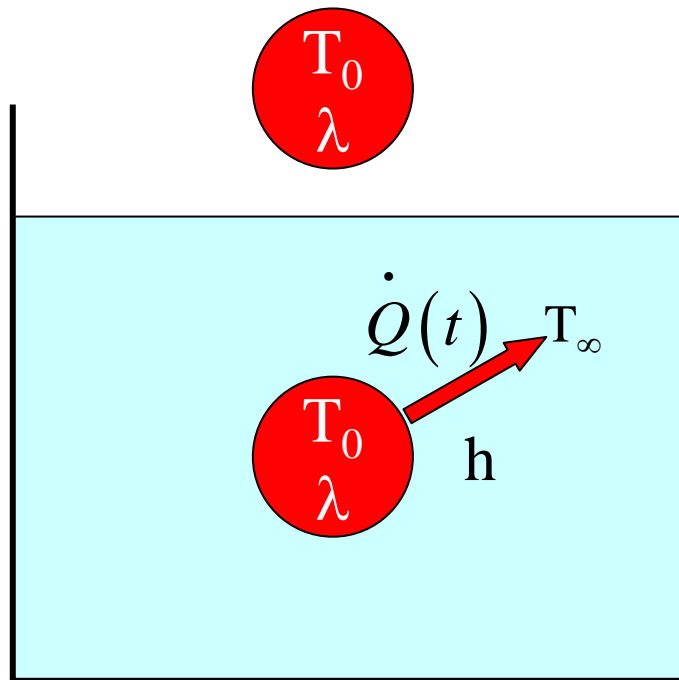
$Bi \ll 1$  R_{int} trascurabile	$Bi < 0.1$ R_{int} trascurabile con una approssimazione del 5%
--	---



$$L \ll \quad h \ll \quad \lambda \gg$$

Flusso termico transitorio in sistemi con resistenza interna trascurabile

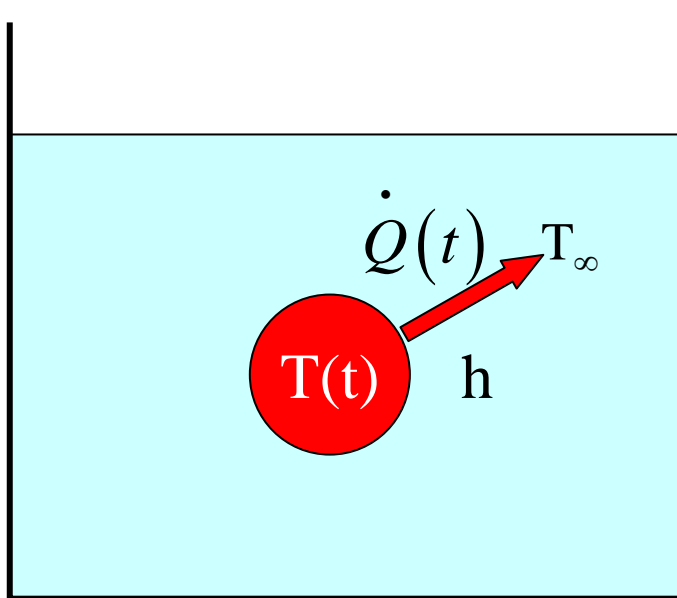
Solido a temperatura T_0 immerso in un fluido a temperatura T_∞



Ipotesi

- $Bi < 0.1$
- Immersione così rapida da poter approssimare la variazione della temperatura ambiente con una variazione a scalino
- coefficiente medio di scambio termico convettivo h e conduttività λ costante
- temperatura T_∞ del fluido costante

Flusso termico transitorio in sistemi con resistenza interna trascurabile



1

Variazione di energia interna del sistema nell'intervallo di tempo dt (negativa se $T_0 < T_\infty$)

2

Energia termica scambiata tra sistema e fluido durante l'intervallo di tempo dt

Applicando il 1° principio della termodinamica

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \quad \longrightarrow \quad -c\rho V dT = hA [T(t) - T_\infty] dt$$

Equazione differenziale da risolvere

$$\frac{dT(t)}{dt} = -\frac{hA}{c\rho V} [T(t) - T_\infty]$$

Flusso termico transitorio in sistemi con resistenza interna trascurabile

Equazione differenziale
da risolvere

$$\frac{dT(t)}{dt} = -\frac{hA}{c\rho V} [T(t) - T_\infty]$$

Separando le variabili
ed integrando

$$\int_{T_0}^{T(t)} \frac{dT}{T(t) - T_\infty} = -\int_0^t \frac{hA}{c\rho V} dt$$

$$\ln\left(\frac{T(t) - T_\infty}{T_0 - T_\infty}\right) = -\frac{hA}{c\rho V} t$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-\frac{hA}{c\rho V} t}$$

Flusso termico transitorio in sistemi con resistenza interna trascurabile

Ponendo

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-\frac{hA}{c\rho V}t}$$

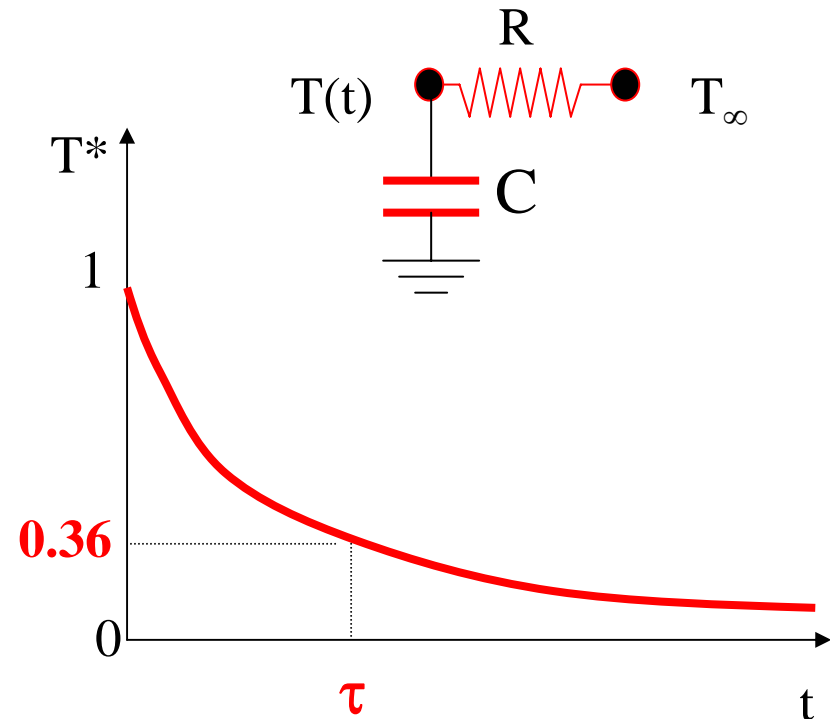
$C = c\rho V$ Capacità termica del solido

$R = \frac{1}{hA} = R_{ext}$ Resistenza convettiva esterna

$$T^* = \frac{T(t) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$\tau = RC =$ costante di tempo del sistema

Dopo 4 o 5 costanti di tempo si può ritenere concluso il transitorio termico



Esempio 11.6

Raffreddamento di un filo di rame

Determinare l'andamento della temperatura di un filo di rame di diametro $D = 0,8$ mm e lunghezza $H = 1$ m, inizialmente alla temperatura $T_0 = 150^\circ\text{C}$, immerso improvvisamente in un fluido a temperatura $T_\infty = 30^\circ\text{C}$, costituito da:

- a) Acqua in convezione naturale [$h = 80$ W/(m²K)]
- b) Acqua in convezione forzata [$h = 350$ W/(m²K)]
- c) Aria in convezione naturale [$h = 10$ W/(m²K)]
- d) Aria in convezione forzata [$h = 30$ W/(m²K)]

Proprietà termofisiche del rame

$\lambda = 400 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$	$\rho = 8933 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$c_{tc} = 385 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$	$\alpha = \frac{\rho c}{\lambda} = 117 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
--	--	--	---

Esempio 11.6: continua

$$A = \pi DH = 2,5 \cdot 10^{-3} m^2$$

$$V = \frac{\pi D^2 H}{4} = 5,0 \cdot 10^{-7} m^3$$



$$L = \frac{V}{A} = \frac{D}{4} = 0,2 \cdot 10^{-3} m$$



$$Bi = \frac{hL}{\lambda}$$

<0,1 ?

$$C = c\rho V$$

$$R = \frac{1}{hA}$$



$$\tau = RC$$

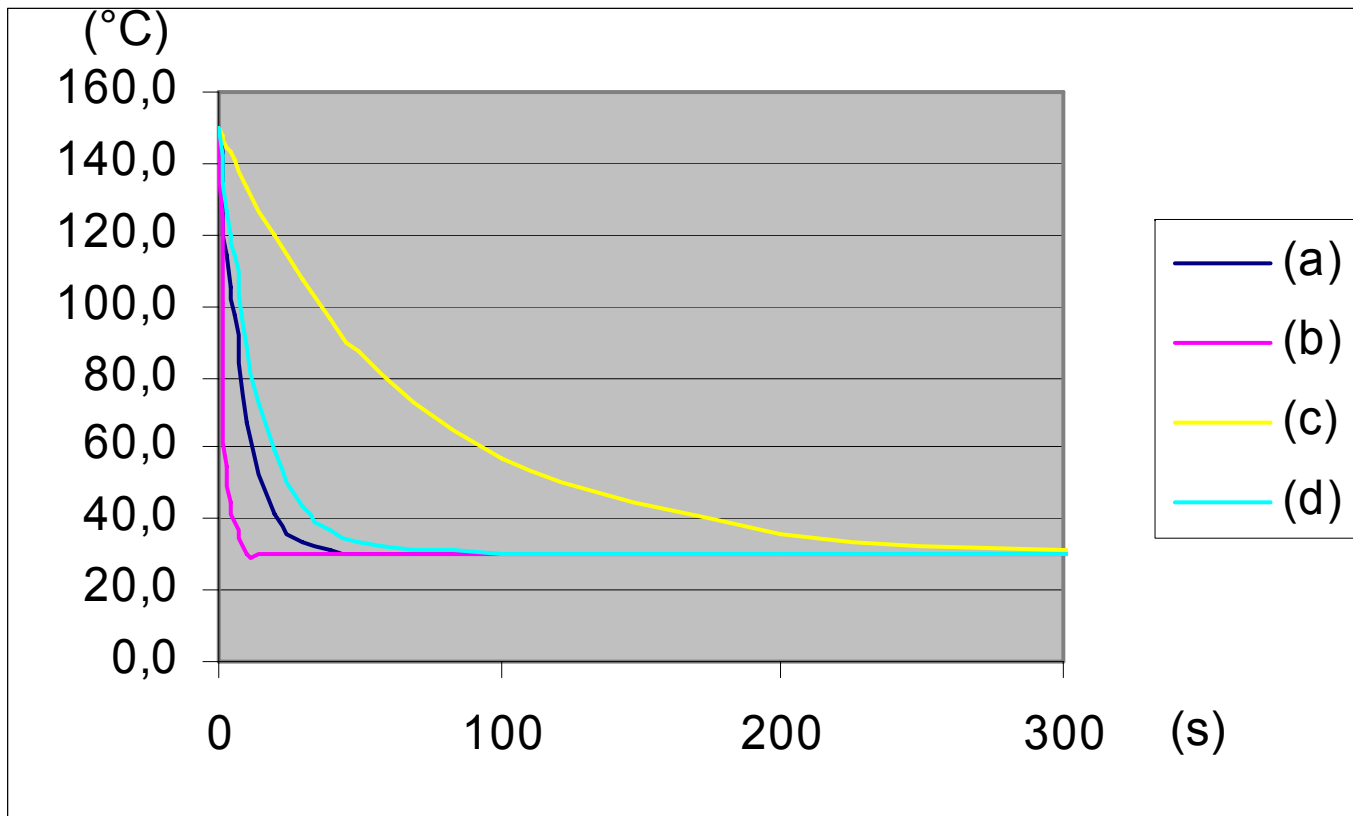
$$T(t) = T_{\infty} + (T_0 - T_{\infty})e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Esempio 11.6: continua

Situazione fluidodinamica	Bi	R [K/W]	C [K/W]	$\tau = RC$ [s]
(a) Acqua in convezione naturale	$4,0 \cdot 10^{-5}$ ($\ll 1$)	5,0	1,7	8,6
(b) Acqua in convezione forzata	$1,5 \cdot 10^{-4}$ ($\ll 1$)	1,1	1,7	1,9
(c) Aria in convezione naturale	$5,0 \cdot 10^{-6}$ ($\ll 1$)	40,0	1,7	68,0
(d) Aria in convezione forzata	$42,5 \cdot 10^{-5}$ ($\ll 1$)	8,0	1,7	14,0

Esempio 11.6: continua

$$T(t) = T_{\infty} + (T_0 - T_{\infty})e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Esempio 11.7

Prontezza di una sonda termometrica

Confrontare la risposta di una termocoppia ferro-costantana nuda, assimilabile ad un cilindro di diametro $D_{tc}=0,8$ mm e lunghezza $H_{tc}=50$ mm, con quella di un termometro a mercurio assimilabile ad un cilindro di mercurio di diametro $D_{tm}=6$ mm e lunghezza $H_{tm}=25$ mm. Gli strumenti, inizialmente alla temperatura $T_0=16^\circ\text{C}$, vengono usati per misurare la temperatura di un fluido a $T_\infty=80^\circ\text{C}$, ipotizzando che il coefficiente di scambio termico convettivo tra sonda e fluido sia $h=30\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$.

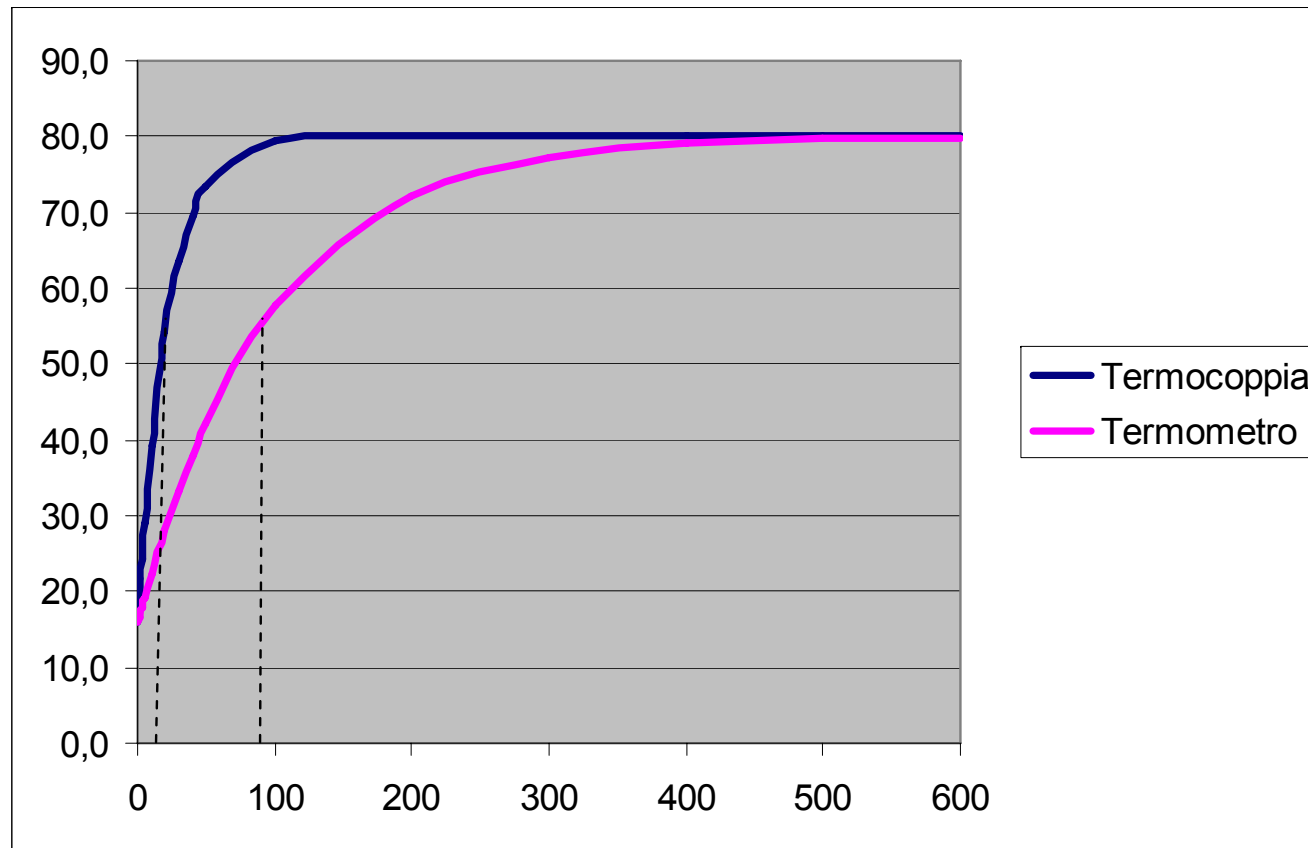
Proprietà termofisiche della termocoppia			
$\lambda_{tc} = 50 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$	$\rho_{tc} = 8400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$c_{tc} = 415 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$	$\alpha_{tc} = \frac{\rho_{tc} c_{tc}}{\lambda_{tc}} = 14,9 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Proprietà termofisiche del termometro			
$\lambda_{tm} = 8,9 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$	$\rho_{tm} = 13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$c_{tm} = 139 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$	$\alpha_{tm} = \frac{\rho_{tm} c_{tm}}{\lambda_{tm}} = 4,7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Esempio 11.7: continua

$D_{tc} = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ $L_{tc} = D_{tc}/4 = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$D_{tm} = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ $L_{tm} = D_{tm}/4 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
$Bi_{tc} = \frac{hL_{tc}}{\lambda_{tc}} = 1,2 \cdot 10^{-4} \ll 1$	$Bi_{tm} = \frac{hL_{tm}}{\lambda_{tm}} = 5,1 \cdot 10^{-3} \ll 1$
$\tau = RC = \frac{1}{hA} \rho c V = \frac{\rho c}{h} L = \frac{\frac{\rho c}{\lambda}}{\frac{h}{\lambda} L} L^2 = \frac{1}{\alpha Bi} L^2$	
$\tau_{tc} = \frac{1}{\alpha_{tc} Bi_{tc}} L_{tc}^2 \approx 22 \text{ secondi}$	$\tau_{tm} = \frac{1}{\alpha_{tm} Bi_{tm}} L_{tm}^2 \approx 95 \text{ secondi}$

Esempio 11.7: continua

$$T(t) = T_0 - (T_0 - T_\infty)e^{-\frac{t}{\tau}}$$



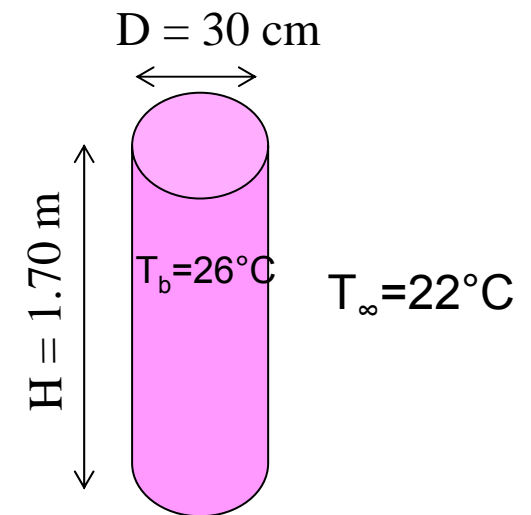
Esempio 11.8

Raffreddamento di una persona deceduta

Una persona viene rinvenuta morta in una stanza in cui la temperatura ambientale è stata mantenuta praticamente costante da un impianto di riscaldamento al valore $T_a=22^\circ\text{C}$. Per poter risalire all'ora del decesso, si misura la temperatura corporea del morto e si ottiene il valore $T_b=26^\circ\text{C}$. Si stima che il coefficiente di scambio termico tra la superficie del corpo e l'ambiente circostante sia $h=10\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$. Determinare da quanto tempo è avvenuto il decesso

In prima approssimazione si può modellizzare il corpo come un cilindro avente diametro $D=30\text{ cm}$ ed altezza $H=1,70\text{ m}$.

$$L = \frac{V}{A} = \frac{\frac{\pi D^2}{4} H}{\pi D H + 2 \frac{\pi D^2}{4}} = \frac{D}{4 + 2 \frac{D}{H}} = \frac{0,3\text{m}}{4 + 2 \frac{0,3}{1,7}} = 0,07\text{m}$$



Esempio 11.8: continua

Per quanto riguarda le proprietà termofisiche del corpo si assumono i seguenti valori (molto prossimi a quelli dell'acqua, considerando che circa il 70% della massa del corpo umano è costituito da questo elemento):

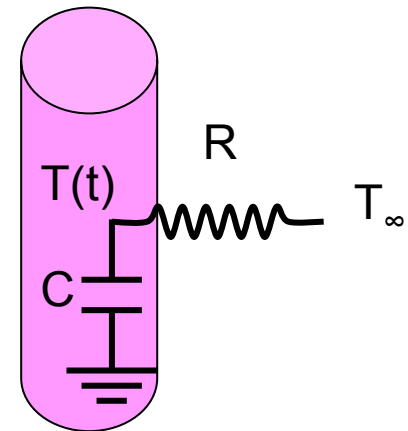
$$c_p \approx 4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \quad \lambda \approx 0,7 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad \rho = 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Utilizziamo il metodo a parametri concentrati $T_b = T_s(t)$ ipotizzando che la temperatura corporea iniziale sia $T_0 = 37^\circ\text{C}$.

$$T_b(t) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$R = \frac{1}{hA}$$

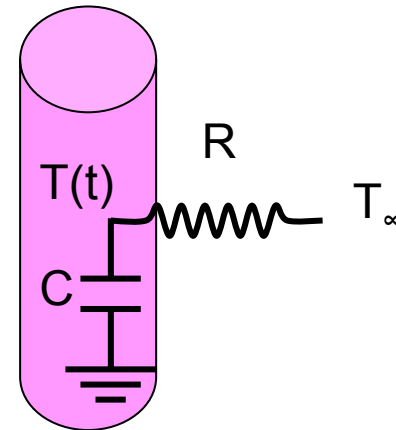
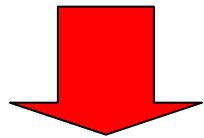
$$C = \rho c_p V$$



Esempio 11.8: continua

$$RC = \frac{\rho c_p V}{hA} = \frac{\rho c_p L}{h} = \frac{1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 4,210^3 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 0,07\text{m}}{10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}} \approx 3,5 \cdot 10^4 \text{ s} \approx 10\text{h}$$

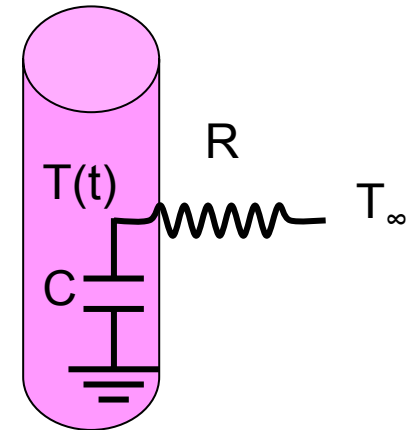
$$T_b(t) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) e^{-\frac{t}{RC}}$$



$$t = -RC \ln \frac{T_b - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = -3,5 \cdot 10^4 \cdot \ln \frac{(26 - 22)}{(37 - 22)} \approx 46260\text{s} \approx 13\text{h}$$

Il metodo a parametri concentrati è applicabile ?

Si se Bi è almeno minore di 0.1



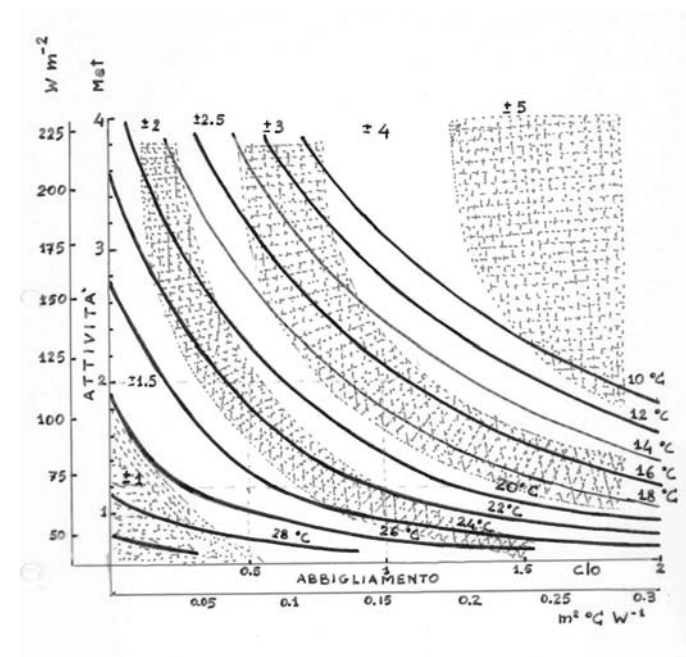
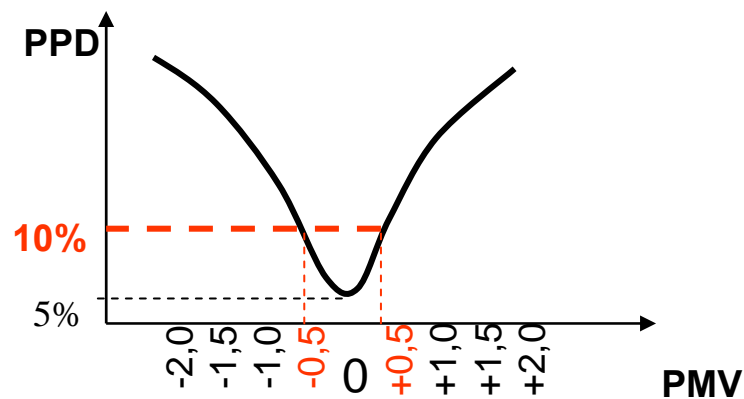
$$Bi = \frac{R_{interna}}{R_{esterna}} = \frac{h_c L}{\lambda_b} = \frac{10 \frac{W}{m^2 K} \cdot 0,07 m}{0,7 \frac{W}{mK}} = 1 > 0,1$$

Il metodo a parametri concentrati NON è applicabile con buona approssimazione

TERMODINAMICA E TERMOFLUIDODINAMICA

Cap. 12 IL COMFORT TERMOIGROMETRICO

$$S = M - W - R - C - C_k - E_d - E_{sw} - E_{ve} - C_{ve}$$



Cap. 12 – Il comfort termoigrometrico

Indice

1. Termodinamica e sistemi biologici
2. Il bilancio di energia del corpo umano
 - 2.1 L'energia interna
 - 2.2 La temperatura e la termoregolazione
 - 2.3 La produzione termica metabolica ed il rendimento meccanico
 - 2.4 Gli scambi termici tra corpo umano ed ambiente
3. L'equazione di Fanger del comfort termoigrometrico
4. Gli indici di discomfort termoigrometrico
5. La determinazione delle condizioni di comfort termoigrometrico
6. Le cause di discomfort termico locale

TERMODINAMICA E SISTEMI BIOLOGICI

- La termodinamica si applica ai sistemi biologici, in quanto soggetti a (complessi) processi di trasformazione e scambio di energia
- Difficoltà maggiore nella analisi termodinamica dei sistemi biologici: **NON** sono in equilibrio termodinamico
- Equilibrio termodinamico: Equilibrio termico + Equilibrio meccanico + Equilibrio chimico
- In ogni cellula di un organismo vivente, per ogni secondo, accadono migliaia di reazioni chimiche (decomposizione di alcune molecole, rilascio di energia, formazione di nuove molecole ecc.)



Modelli semplificati

Termodinamica e sistemi biologici

1° principio della termodinamica

$$\partial Q - \partial L = dE_T = dU + dE_C + dE_P$$

Per un sistema senza deflusso, in cui trascuriamo le variazioni di Energia cinetica e di Energia potenziale ed in cui il lavoro utile scambiato tra sistema ed ambiente coincide con il lavoro totale

$$\partial Q - \partial L = dU \quad \text{ovvero}$$

$$\dot{Q} - \dot{L} = \frac{dU}{dt}$$

L'analisi termodinamica di un sistema biologico implica oltre che scambio di energia anche scambio di massa, quindi dovrebbe essere trattato come un sistema con deflusso. Per semplicità lo si tratta come un sistema chiuso, considerando l'energia trasportata con la massa come semplice scambio di energia.

IL BILANCIO DI ENERGIA DEL CORPO UMANO

$$\frac{dU_u}{dt} = \dot{G}_u - \dot{L}_u - \dot{Q}_{u,irr} - \dot{Q}_{u,conv} - \dot{Q}_{u,kond} - \dot{Q}_{u,diff} - \dot{Q}_{u,sud} - \dot{Q}_{u,resp}$$

$$S = M - W - R - C - C_k - E_d - E_{sw} - E_{ve} - C_{ve}$$

Equazione di Fanger del bilancio di energia del corpo umano

Tutte le grandezze sono potenze per unità di superficie del corpo umano [W/m²]

Ad esempio: m=70 kg e H=1,70 m



$$A_b = 1,80 \text{ m}^2$$

$$A_b = 0,202 \cdot m^{0,425} \cdot H^{0,725}$$

dove

A_b = area della superficie del corpo umano nudo [m²]

m = massa del soggetto [kg]

H = altezza del soggetto [m]

$\frac{dU_u}{dt} = S$ = Variazione unitaria di energia interna del corpo umano per unità di tempo

$\dot{G}_u = M$ = Potenza unitaria prodotta dal metabolismo umano

$\dot{L}_u = W$ = Potenza meccanica unitaria che il corpo umano cede all'ambiente

$\dot{Q}_{u,irr} = R$ = Potenza termica unitaria dispersa per irraggiamento

$\dot{Q}_{u,conv} = C$ = Potenza termica unitaria dispersa per convezione

$\dot{Q}_{u,kond} = C_k$ = Potenza termica unitaria dispersa per conduzione

$\dot{Q}_{u,diff} = E_d$ = Potenza termica unitaria dispersa per diffusione attraverso la pelle

$\dot{Q}_{u,sud} = E_{sw}$ = Potenza termica unitaria dispersa per sudorazione attraverso la pelle

$\dot{Q}_{u,resp} = E_{ve} + C_{ve}$ = Potenza termica unitaria dispersa nella respirazione come calore latente (E_{ve}) e come calore sensibile (C_{ve})

La variazione di energia interna del corpo umano

$$S = \frac{dU_u}{dt} = \frac{c_b m_b}{A_b} \frac{dT_b}{dt}$$

dove

c_b = calore specifico del corpo umano [J/(kg°C)]

m_b = massa del corpo umano [kg]

A_b = area del corpo umano [m²]

T_b = temperatura del corpo umano [°C]

Materiale	Calore specifico [kJ/(kg K)]
Acqua (300 K)	4,18
Ammoniaca (liquida) (gassosa)	4,80 2,30
Alcool etilico	2,40
Refrigerante R12	0,97
Aria (300K, 1,013 bar)	1,01
Banane (frazione massica H ₂ O: 74%)	3,35
Mele (frazione massica H ₂ O: 83%)	3,60
Tonno (frazione massica H ₂ O: 68%)	3,18
Carne di bue (frazione massica H ₂ O: 70%)	3,08
Grasso di maiale (frazione massica H ₂ O: 7,7%)	2,60
Carne di pollo (frazione massica H ₂ O: 66%)	3,31

La variazione di energia interna del corpo umano

1998 ASHRAE Refrigeration Handbook - Chapter 8: Thermal properties of foods

Il calore specifico di un cibo, a temperatura superiore al suo punto iniziale di congelamento, può essere ottenuto dalla media pesata con la frazione massica dei calori specifici dei componenti (acqua, proteine, grasso, carboidrati, fibra, residuo secco).

$$c_{unf} = \sum c_i x_i$$

Un modello più semplice è quello di Chen, per il quale non è necessario conoscere la composizione dettagliata ma solo la frazione massica di solido (ovvero il complemento a 1 della frazione massica di acqua).


$$c_{unf} = 4,19 - 2,30x_s - 0,628x_s^3$$

dove

c_{unf} = calore specifico del cibo non congelato [kJ/(kg K)]



x_s = frazione massica di solido

Esempio: Il corpo umano è costituito mediamente per il 72% di acqua

 $c_b = 4,19 - 2,30 \cdot 0,28 - 0,628 \cdot (0,28)^3 \approx 3,53 \text{ [kJ/(kgK)]}$

La temperatura del corpo umano

Nella fisiologia della termoregolazione il corpo umano viene generalmente diviso in due zone principali:

- una esterna: la pelle ed i tessuti sottocutanei  T_{sk}
- una interna (core): comprendente gli organi vitali  T_b

$T_b \sim 37^\circ\text{C}$ praticamente costante in un soggetto sano

T_{sk} molto variabile: tra un massimo di 45°C ed un minimo che dipende dalla zona del corpo (ad es. per le dita 4°C , per la fronte 17°C)

La T_b può essere considerata approssimativamente uguale a:

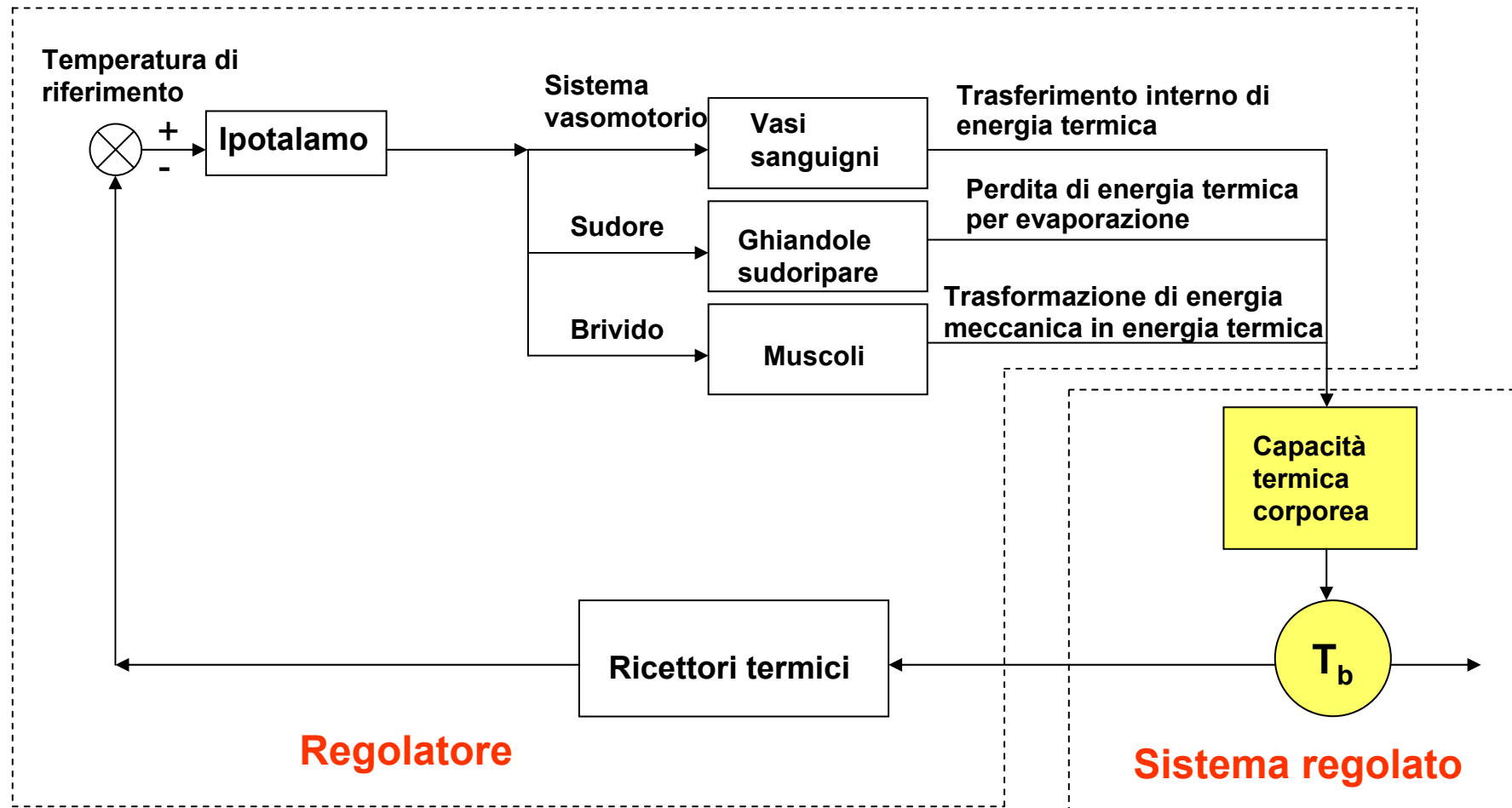
- temperatura esofagea
- temperatura orale
- temperatura auricolare
- temperatura rettale
- temperatura timpanica
- temperatura delle urine

In realtà possono essere anche sensibilmente diverse fra loro.

Per la loro interpretazione e misura: norma ISO 9886

La termoregolazione del corpo umano

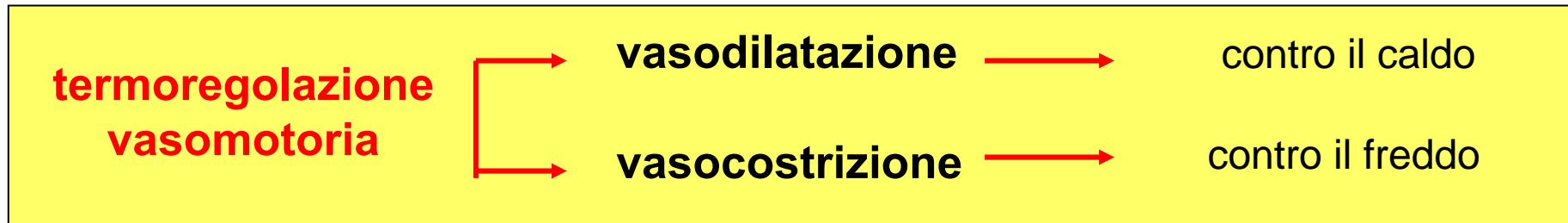
La funzione di mantenere quasi isoterma il nucleo a $T_b \sim 37^\circ\text{C}$ è delegata al sistema di termoregolazione del corpo umano



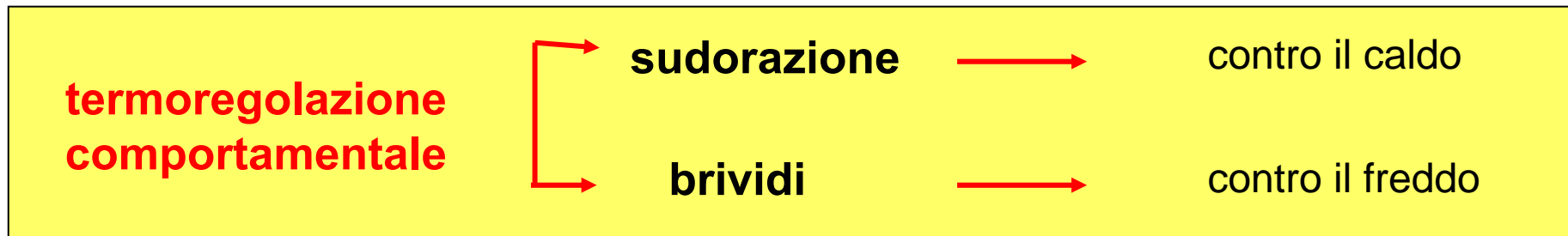
La termoregolazione del corpo umano

I meccanismi di termoregolazione

Il primo ad entrare in azione è il meccanismo della:



Se non è sufficiente ad assicurare la omeotermia entra in azione il meccanismo della:



Se neanche questa è sufficiente ad assicurare l'**omeotermia**, si può avere **ipotermia** (fino alla morte per fibrillazione cardiaca) o **ipertermia** (fino alla morte per danni irreversibili alle proteine dei tessuti nervosi)

Condizione **necessaria** (ma non sufficiente) per avere condizioni di comfort termoigrometrico: condizione di omeotermia

$$S = \frac{dU_u}{dt} = \frac{c_b m_b}{A_b} \frac{dT_b}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad T_b = \text{costante}$$

Una condizione necessaria e sufficiente potrebbe essere del tipo:

Si è in condizioni di comfort termoigrometrico se le condizioni ambientali consentono di realizzare la omeotermia, senza che il corpo sia costretto ad attivare i meccanismi di termoregolazione

Il metabolismo del corpo umano

- I cibi e le bevande subiscono nel corpo umano un enorme numero di trasformazioni chimiche, che nel loro complesso, costituiscono il **metabolismo**
- Tali processi, essenzialmente ossidativi, sono complessivamente **esoenergetici**
- Ovvero, parte dell'energia potenziale chimica dei cibi, delle bevande e, in caso di bisogno, delle sostanze di riserva, si trasforma in energia termica all'interno del corpo umano.



riferita all'unità di tempo

Energia metabolica [J]

Potenza metabolica [W]

spesso viene riferita all'unità di superficie del corpo umano

Potenza metabolica (unitaria) [W/m²]

Il metabolismo del corpo umano

**Potenza
metabolica
unitaria
M**

BASALE: necessaria per il funzionamento degli organi vitali. Si misura nel soggetto a riposo, digiuno da almeno 12 ore, in condizioni di neutralità termica

 ~ 43 W/m²

legata all' **ATTIVITA'**

Si può considerare funzione unicamente della attività svolta

Per la sua misura si utilizza spesso la unità incoerente  **met**

$$1 \text{ met} = 58,2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 50,0 \frac{\text{kcal}}{\text{h} \cdot \text{m}^2}$$

1 met è la potenza metabolica unitaria relativa ad una persona seduta a riposo. Nel caso di attività leggera sedentaria la potenza metabolica è circa 1,2 met.

Tipici valori della potenza metabolica unitaria per diverse attività			
ATTIVITA'		Met	W/m²
RIPOSO	soggetto sdraiato dormiente	0,7	~ 40
	soggetto sdraiato sveglio	0,8	~ 50
	soggetto seduto	1,0	~ 60
	soggetto rilassato in piedi	1,2	~ 70
SEDENTARIA	in ufficio, abitazione, scuola	1,2	~ 70
LAVORATIVA IN UFFICIO	dattilografia, scrittura, varie	1,2	~ 70
LAVORATIVA IN NEGOZIO	commesso	2	~ 115
LAVORATIVA INDUSTRIALE	industria leggera	1,2 ÷ 2,4	~ 70 ÷ 140
	falegnameria a mano (chiodare ecc.)	1,8	~ 105
	falegnameria a macchina (forare ecc.)	4,0 ÷ 4,8	~ 230 ÷ 280
	industria pesante (fonderia ecc.)	4,0 ÷ 7,6	~ 230 ÷ 440
DOMESTICHE	cucina, lavaggio, stiratura	1,6 ÷ 3,6	~ 95 ÷ 210
GINNICO-SPORTIVE	ginnastica	3,0 ÷ 4,0	~ 175 ÷ 230
	tennis	4,6	~ 270
	pallacanestro	7,6	~ 440
	marcia	2,4 ÷ 5,0	~ 140 ÷ 290
	corsa	8,0 ÷ 10,0	~ 465 ÷ 580

Il rendimento meccanico del corpo umano

La potenza meccanica unitaria W è l'energia (per unità di superficie del corpo umano) che nell'unità di tempo viene scambiata con l'ambiente esterno sotto forma di lavoro

Rendimento meccanico del corpo umano

$$\eta = \frac{W}{M}$$

Allora la differenza $(M - W)$, ovvero la parte della potenza metabolica che non si trasforma in energia meccanica e che, quindi, o viene dissipata verso l'ambiente esterno oppure provoca un aumento di energia interna (cioè di temperatura interna) del corpo, è data da:

$$M - W = M(1 - \eta)$$

Il rendimento meccanico del corpo umano è mediamente molto basso: $\sim 0,2$. Spesso, soprattutto nel caso di attività a bassa potenza metabolica, come quelle che si svolgono negli edifici civili, si pone $W = 0$.

Lo scambio termico per convezione

$$\dot{Q}_{conv} = h_c A_{cl} (T_{cl} - T_a)$$

dove

h_c = coefficiente di scambio termico convettivo [W/(m²K)]

A_{cl} = area della superficie del corpo umano vestito [m²]

T_{cl} = temperatura media della superficie esterna del corpo umano vestito [K] o, indifferentemente [°C]

T_a = temperatura dell'aria ambiente [K] o, indifferentemente, [°C]

$$C = \frac{\dot{Q}_{conv}}{A_b} = \frac{A_{cl}}{A_b} h_c (T_{cl} - T_a) = f_{cl} h_c (T_{cl} - T_a)$$

definendo f_{cl} = coefficiente di area dell'abbigliamento = A_{cl} / A_b

Lo scambio termico per convezione

$$C = \frac{\dot{Q}_{conv}}{A_b} = \frac{A_{cl}}{A_b} h_c (T_{cl} - T_a) = f_{cl} h_c (T_{cl} - T_a)$$

dove

f_{cl} = coefficiente di area dell'abbigliamento = rapporto tra l'area della superficie del corpo umano vestito (A_{cl}) e l'area della superficie del corpo umano nudo (A_b)

$$f_{cl} = \frac{A_{cl}}{A_b}$$

Generalmente f_{cl} è valutato come funzione della resistenza termica del vestito

Ovviamente se il soggetto è nudo: $f_{cl} = 1$ e $T_{cl} = T_{sk}$

Lo scambio termico per convezione

Per il calcolo del coefficiente di scambio termico convettivo, per condizioni di flusso tipiche di ambienti chiusi, si possono usare le seguenti relazioni

in convezione naturale	$h_c = 2,38(T_{cl} - T_a)^{0,25}$
in convezione forzata	$h_c = 12,1\sqrt{w_{ar}}$
dove w_{ar} = velocità relativa soggetto-aria [m/s]	

$$w_{ar} = w_a + 0,0052(M - 58,2)$$

dove w_a = velocità misurata dell'aria [m/s]
 M = potenza metabolica unitaria [W/m²]

Lo scambio termico per convezione

Quindi, la potenza termica dispersa dal corpo umano per convezione dipende dalle seguenti variabili:

- **temperatura della superficie esterna del corpo vestito**
- **temperatura dell'aria**
- **velocità relativa soggetto-aria (variabile questa che scompare nel caso di convezione naturale)**
- **coefficiente di area dell'abbigliamento, che a sua volta dipende essenzialmente dal tipo di abbigliamento**

Lo scambio termico per irraggiamento

La potenza termica che il corpo umano scambia per irraggiamento con l'ambiente circostante può essere calcolata con la legge di Stefan-Boltzmann per un corpo grigio

$$\dot{Q}_{irr} = A_{eff} \varepsilon \sigma (T_{cl}^4 - T_r^4)$$

dove

ε = emissività del corpo umano ~ 0,95

σ = costante di stefan-Boltzmann = $5,67 \cdot 10^{-8}$ [W/(m²K⁴)]

T_r = temperatura media radiante, ovvero temperatura di un ambiente fittizio termicamente uniforme che scambierebbe con il corpo umano la stessa potenza termica radiante scambiata nell'ambiente reale. Si può misurare ad es. con il globotermometro. Per la sua misura o il suo calcolo vedi norma UNI-EN 27726.

A_{eff} = area efficace del corpo umano per l'irraggiamento

Lo scambio termico per irraggiamento

$$A_{eff} = A_b f_{cl} f_{eff}$$

dove

f_{cl} = coefficiente di area dell'abbigliamento. Si è già visto che viene messo in funzione della resistenza termica dell'abbigliamento.

f_{eff} = coefficiente di area efficace = A_{eff} / A_{cl} . E' valutato pari a 0,696 per soggetti seduti e 0,725 per soggetti in piedi; se non è fissata la posizione si assume il valore di 0,71.

Allora la potenza termica unitaria scambiata per irraggiamento, è data da

$$R = \frac{\dot{Q}_{irr}}{A_b} = \frac{A_{eff}}{A_b} \varepsilon \sigma (T_{cl}^4 - T_r^4) = f_c f_{eff} \varepsilon \sigma (T_{cl}^4 - T_r^4)$$

Lo scambio termico per irraggiamento

Ricordando che nel caso in cui la differenza tra la temperatura della superficie del corpo umano vestito e la temperatura radiante dell'ambiente circostante sia sensibilmente minore del valore medio T_m tra di esse: $T_{cl} - T_r \ll (T_{cl} + T_r)/2 = T_m$ si ha

$$(T_{cl}^4 - T_r^4) \approx 4T_m^3 (T_{cl} - T_r)$$

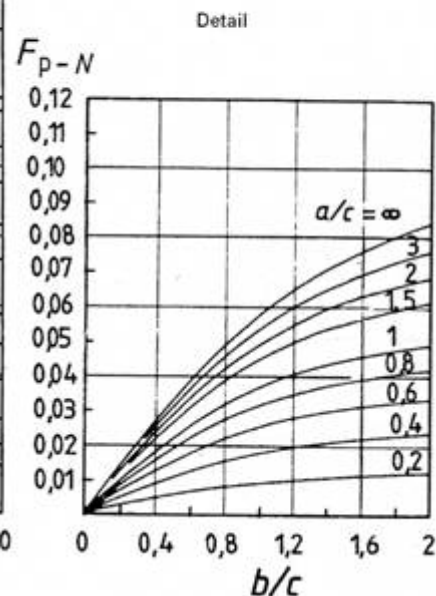
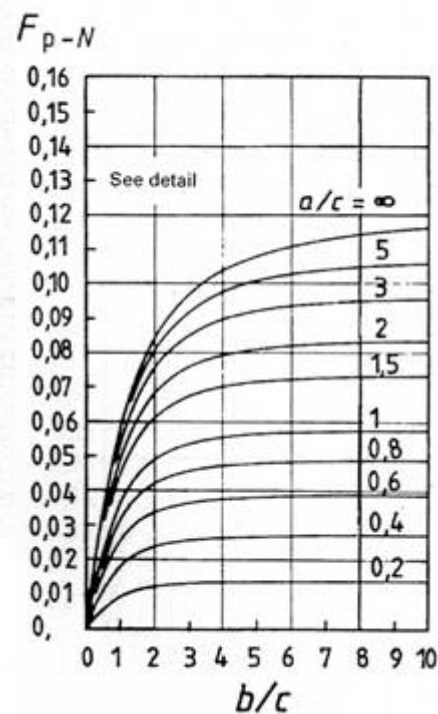
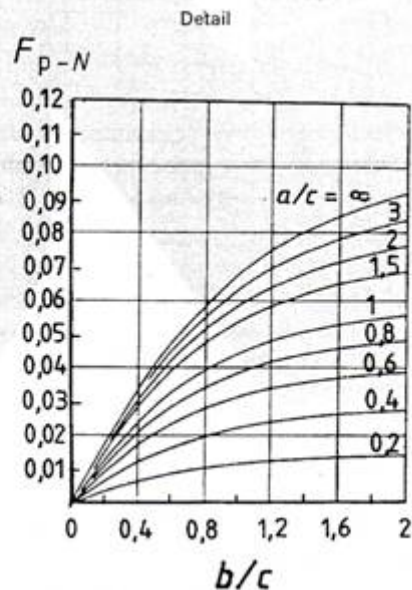
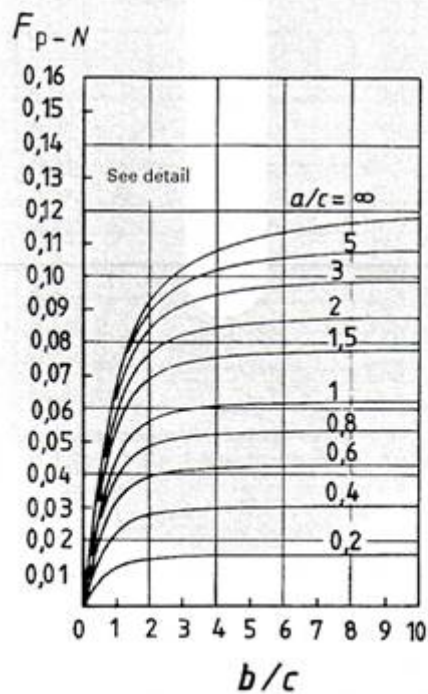
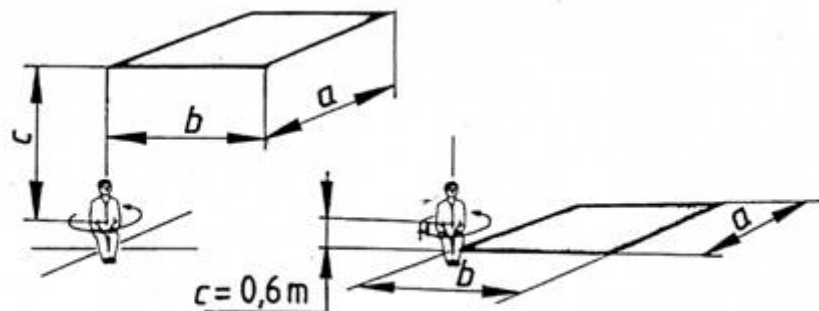
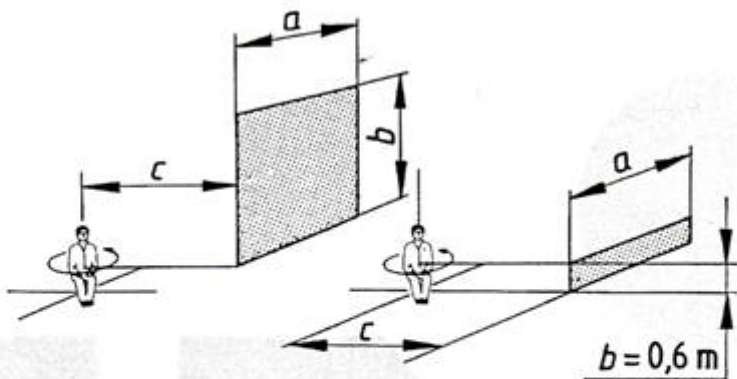
Allora la potenza termica unitaria scambiata per irraggiamento, è data da

$$R = f_{cl} f_{eff} \varepsilon \sigma (T_{cl}^4 - T_r^4) = f_{cl} f_{eff} \varepsilon \sigma 4T_m^3 (T_{cl} - T_r)$$

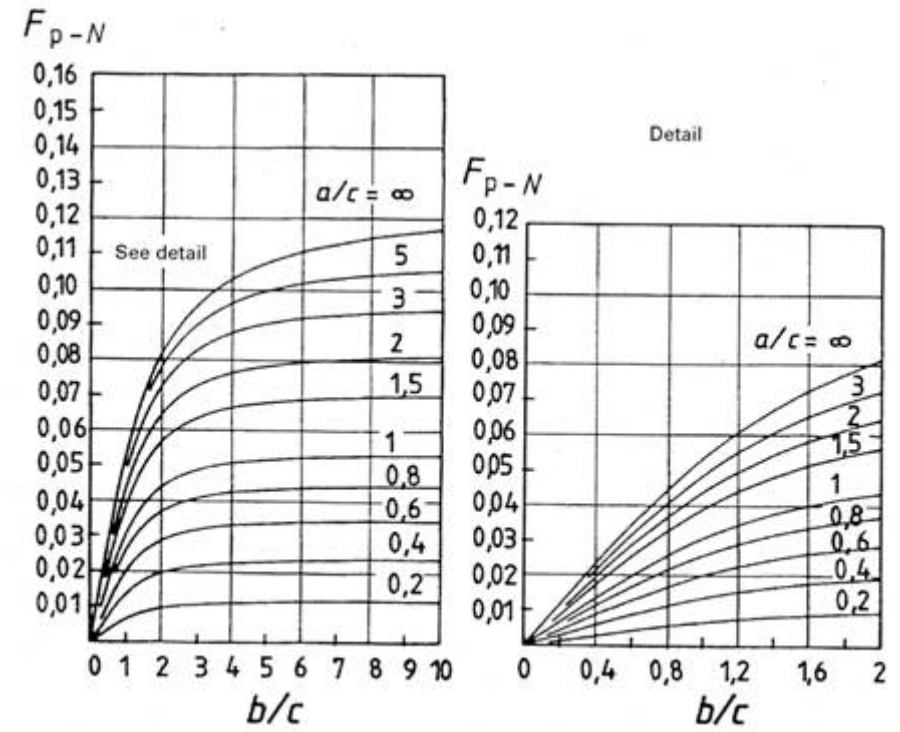
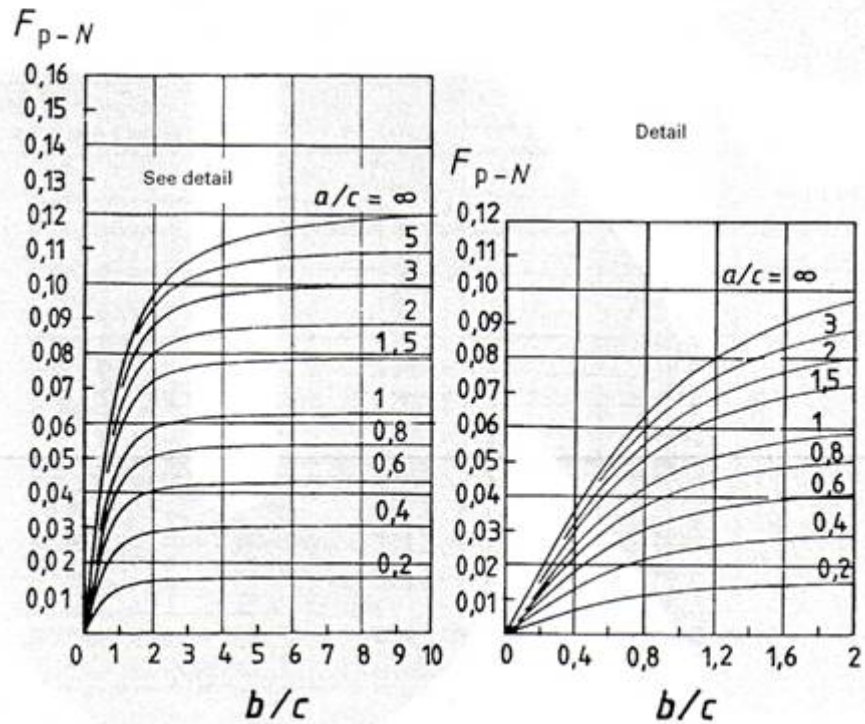
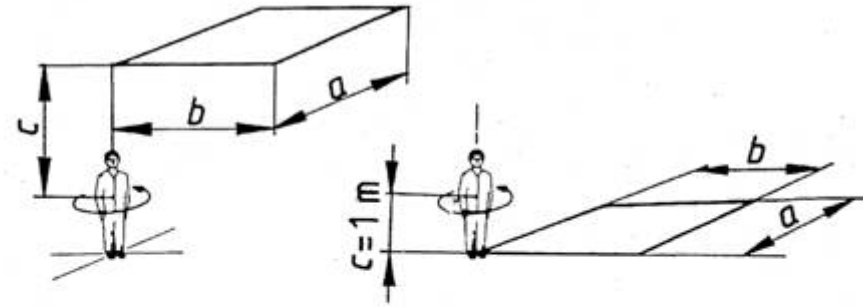
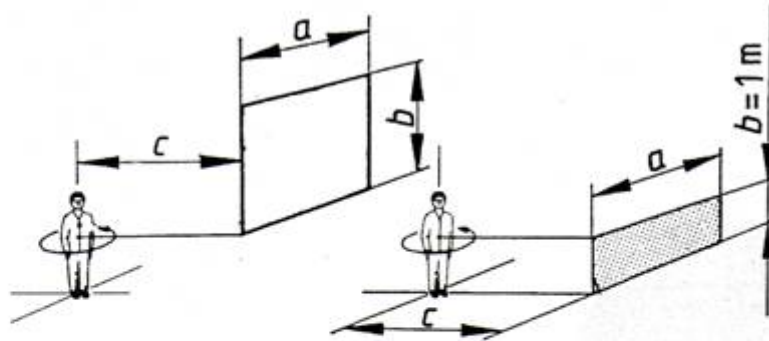
ovvero, sostituendo i valori numerici noti, da:

$$R = 1,58 \cdot 10^{-7} \left[\frac{W}{m^2 K^4} \right] \cdot f_{cl} T_m^3 (T_{cl} - T_r)$$

VARIABILI AMBIENTALI: LA TEMPERATURA MEDIA RADIANTE



VARIABILI AMBIENTALI: LA TEMPERATURA MEDIA RADIANTE



VARIABILI AMBIENTALI: LA TEMPERATURA MEDIA RADIANTE

La stessa normativa fornisce una metodologia di calcolo analitico per i fattori di vista

$$F_{P,n} = F_{\max} \cdot [1 - e^{-(a/c)/\tau}] \cdot [1 - e^{-(b/c)/\gamma}]$$

$$\tau = A + B(a/c)$$

$$\gamma = C + D(b/c) + E(a/c)$$

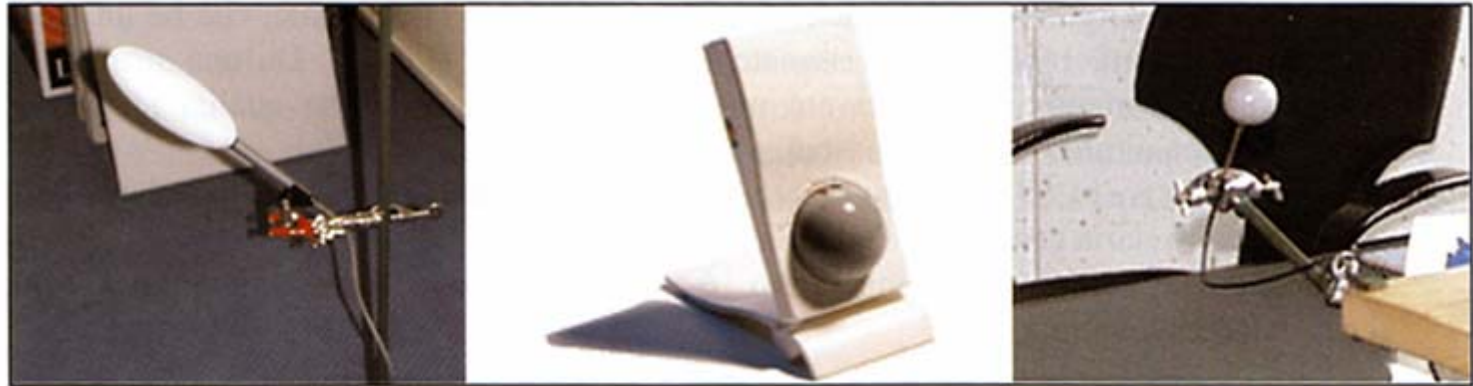
	F_{\max}	A	B	C	D	E
SEATED PERSON, figure B.2 Vertical surfaces: Wall, Window	0,118	1,216	0,169	0,717	0,087	0,052
SEATED PERSON, figure B.3 Horizontal surfaces: Floor, Ceiling	0,116	1,396	0,130	0,951	0,080	0,055
STANDING PERSON, figure B.4 Vertical surfaces: Wall, Window	0,120	1,242	0,167	0,616	0,082	0,051
STANDING PERSON, figure B.5 Horizontal surfaces: Floor, Ceiling	0,116	1,595	0,128	1,226	0,046	0,044

E' possibile effettuare una *misura diretta in ambiente della temperatura media radiante mediante appositi sensori detti **globotermometri** o **globosonde** (il cui utilizzo è normato dalla **ISO 7726**)*. Tali sensori sono in grado di simulare i fattori angolari di una persona in piedi o seduta, in funzione della forma e dell'inclinazione della sonda stessa (sferica o ellittica). La norma ISO 7726 fornisce anche le precauzioni da utilizzare nella misura

MISURA DELLA TEMPERATURA MEDIA RADIANTE

Globotermometri per la misura della temperatura media radiante

(black globe
thermometer)



La sonda è costituita da una sfera o ellissoide di emissività nota al cui interno è posto un sensore di temperatura, che misura la temperatura del globo stesso. Ipotizzando che le superfici interna ed esterna di esso, una volta raggiunto l'equilibrio con l'ambiente (tempo di risposta 20-30 min), si portino alla stessa temperatura, la T_{mr} si ricava facendo il bilancio termico del globo e conoscendo la temperatura dell'aria ambiente.

La forma sferica simula più correttamente il fattore angolare di un individuo seduto, mentre l'ellissoide può simulare i fattori di vista di un soggetto sia in piedi che seduto in funzione dell'angolazione (verticale per persona in piedi, orizzontale per persona sdraiata, a 30° per persona seduta).

Nel caso di ambiente con radiazione eterogenea la norma consiglia di ricorrere a tre sonde posizionate a diverse altezze:

Posizione Sensore	Soggetto in piedi	Soggetto seduto
Testa	1,7 m	1,1 m
Addome	1,1 m	0,6 m
Caviglie	0,1 m	0,1 m

Lo scambio termico per irraggiamento

Quindi, la potenza termica dispersa dal corpo umano per irraggiamento dipende dalle seguenti variabili:

- **temperatura della superficie esterna del corpo vestito**
- **temperatura media radiante delle pareti dell'ambiente**
- **coefficiente di area dell'abbigliamento, che a sua volta dipende essenzialmente dal tipo di abbigliamento**

Lo scambio termico per conduzione

Il termine C_k rappresenta la potenza termica unitaria dispersa per conduzione attraverso i solidi a contatto con il corpo umano.

Ad esempio

- quella scambiata tra i piedi ed il pavimento;
- quella scambiata con la sedia nel caso di soggetto seduto;
- quella scambiata con oggetti tenuti in mano.

Nella quasi totalità dei casi il termine C_k è trascurabile

In alcuni casi, ad esempio, se ne tiene conto variando la resistenza termica del vestito, tenendo conto in questo modo ad esempio anche del contatto con la sedia da parte di una persona seduta

La potenza termica “secca” - La temperatura operativa

Trascurando il termine conduttivo, la potenza termica unitaria dispersa come calore sensibile attraverso la pelle (spesso chiamata “potenza termica secca in quanto non entrano in gioco scambi di vapore acqueo) è data dalla somma dei termini radiativo e convettivo.

$$\begin{aligned} R + C &= f_{cl} h_r (T_{cl} - T_r) + f_{cl} h_c (T_{cl} - T_a) = \\ &= f_{cl} (h_r T_{cl} - h_r T_r + h_c T_{cl} - h_c T_a) = \\ &= f_{cl} \left[(h_r + h_c) T_{cl} - (h_r + h_c) \frac{h_r T_r + h_c T_a}{h_r + h_c} \right] = f_{cl} h (T_{cl} - T_{op}) \end{aligned}$$

La potenza termica “secca” - La temperatura operativa

$$R + C = f_{cl} h (T_{cl} - T_{op})$$

dove $h = h_r + h_c =$ adduttanza superficiale [W/(m² K)]

Temperatura operativa

Media pesata di T_r e T_a , rispettivamente, con h_r e h_c come coefficienti di peso

$$T_{op} = \frac{h_r T_r + h_c T_a}{h_r + h_c}$$

Negli
**ambienti
termicamente
moderati**



$$|T_r - T_a| < 4^\circ\text{C}$$



$$T_{op} = \frac{T_r + T_a}{2}$$

La resistenza termica dei vestiti

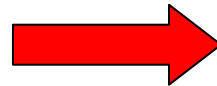
Essendo molto difficile conoscere la temperatura superficiale dei vestiti

$$R + C = f_{cl} h (T_{cl} - T_{op}) = \frac{T_{sk} - T_{cl}}{R_{cl}}$$

dove R_{cl} = resistenza termica unitaria dell'abbigliamento [(m² K)/W]
 T_{sk} = temperatura superficiale della pelle [°C]

spesso per R_{cl} si utilizza la unità di misura incoerente detta **clo**

$$1 \text{ clo} = 0,155 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}$$



resistenza termica unitaria
dell'abbigliamento tipico
invernale da ufficio

$$R_{cl} = 0,155 \cdot I_{cl}$$



$$R + C = \frac{T_{sk} - T_{op}}{0,155 \cdot I_{cl} + \frac{1}{f_{cl} h}}$$

La resistenza termica dei vestiti

$$R + C = \frac{T_{sk} - T_{op}}{0,155 \cdot I_{cl} + \frac{1}{f_{cl} h}}$$

Abbigliamento	I _{clo}
Abbigliamento tipico estivo	0,3 ÷ 0,6 clo
ad es: abbigliamento intimo, camicia, pantaloni, calzini scarpe	0,70 clo
Abbigliamento tipico invernale	1,0 ÷ 1,5 clo
ad es: abbigliamento intimo, camicia, pantaloni, gilet, giacca, calzini, scarpe	1,0 clo

La resistenza termica dei vestiti

La misura della resistenza termica dell'abbigliamento (norma ISO 9920) è molto complessa e richiede una struttura sperimentale che al mondo solo pochi centri specializzati posseggono (nessuno in Italia).

Pertanto si ricorre a valori tabellari e si possono avere tre tipi di tabelle:

1. Tabelle con valori della resistenza termica di abbigliamento completi.
2. Tabelle con valori della resistenza termica di singoli capi di abbigliamento.
3. Tabelle (le più precise) con valori della resistenza termica di capi di abbigliamento caratterizzati in modo più preciso possibile.

Nel caso si utilizzino tabelle del tipo 2. o 3., una volta valutata la resistenza termica di ogni singolo capo $I_{cl,i}$, si ricava quella dell'abbigliamento completo I_{cl} , mediante la relazione:

$$I_{cl} = \sum_n I_{cl,n}$$

Noto I_{cl} si può quindi determinare il coefficiente di area dell'abbigliamento f_{cl} con la relazione

$$f_{cl} = 1,00 + 0,31 \cdot I_{cl}$$

Lo scambio termico per diffusione

La diffusione di vapore acqueo attraverso la pelle è un fenomeno indipendente dal sistema di termoregolazione.

$$E_d = \dot{Q}_{u,diff} = r\mu(p_{sk} - \phi \cdot p_{as})$$

Legge di Fick

dove

r = calore latente di vaporizzazione dell'acqua alla temperatura della pelle [J/kg]

μ = permeabilità della pelle alla diffusione del vapore d'acqua [kg/(s m² Pa)]

p_{sk} = tensione di vapore (pressione di saturazione) dell'acqua alla temperatura della pelle [Pa]

Φ = grado igrometrico (umidità relativa) dell'aria ambiente [adimensionale]

p_{as} = tensione di vapore (pressione di saturazione) dell'acqua alla temperatura dell'aria ambiente [Pa]

Lo scambio termico per diffusione

Assumendo $r \sim 2,41 \cdot 10^6 \frac{J}{kg}$ $\mu = 1,27 \cdot 10^{-9} \frac{kg}{s \cdot m^2 \cdot Pa}$

e per p_{sk} l'espressione lineare,
valida nel campo di temperatura
27 – 37°C, con T_{sk} in °C

$$p_{sk} = 256 \cdot T_{sk} - 3373 \quad [Pa]$$

si ha

$$E_d = \dot{Q}_{diff} = 3,05 \cdot 10^{-3} (256 \cdot T_{sk} - 3373 - \phi \cdot p_{as})$$

Quindi, la potenza termica dispersa dal corpo umano per diffusione dipende dalle seguenti variabili:

- **grado igrometrico (umidità relativa) dell'aria**
- **temperatura dell'aria dell'ambiente**
- **temperatura media della pelle**

Lo scambio termico per sudorazione

La sudorazione consiste in varie fasi:

1. Produzione di sudore (prevalentemente soluzione acquosa di cloruro di sodio) da parte delle ghiandole sudoripare (sotto il controllo dell'ipotalamo)
2. il sudore arriva sulla superficie esterna della pelle attraverso appositi condotti
3. il sudore forma un film sottile sulla pelle
4. il sudore evapora assorbendo calore latente di vaporizzazione

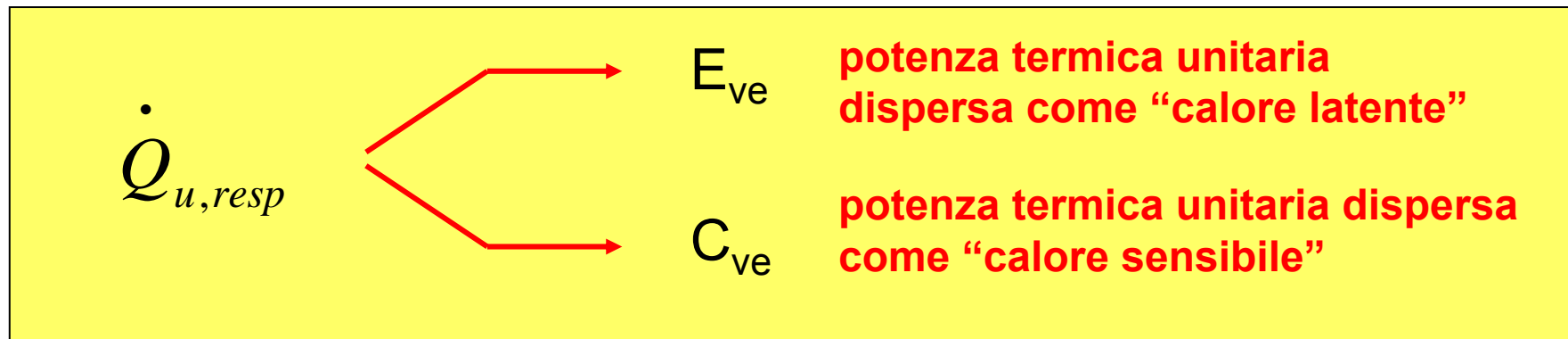
La quantità di sudore evaporata e quindi la potenza termica E_{sw} dipendono da

- **temperatura della pelle**
- **temperatura dell'aria**
- **velocità relativa soggetto-aria**
- **grado igrometrico (umidità relativa) dell'aria**
- **permeabilità al vapore dell'abbigliamento**
- **percentuale di pelle bagnata dal sudore**

Lo scambio termico per respirazione

1. L'aria a temperatura e titolo di vapore ambiente quando viene inspirata scambia calore e vapor d'acqua con le mucose del tratto respiratorio
2. Giunta negli alveoli polmonari l'aria si trova satura di vapor d'acqua e ad una temperatura praticamente uguale a quella del nucleo corporeo
3. L'aria espirata ha una entalpia ed un titolo di vapore maggiori che nelle condizioni di inspirazione (ovvero nelle condizioni dell'ambiente)

La potenza termica (per unità di superficie corporea) scambiata tra corpo umano ed ambiente connessa con i processi sopra descritti viene vista come somma di due contributi: quello per “calore latente” e quello per “calore sensibile”.



Lo scambio termico per respirazione

$$E_{ve} = \dot{m}_{a,ve} r (x_{ex} - x_a) \quad \text{potenza termica unitaria dispersa come "calore latente"}$$

dove

$\dot{m}_{a,ve}$ = ventilazione polmonare, ovvero portata massica di aria respirata [kg/s]

r = calore latente di vaporizzazione dell'acqua alla temperatura del nucleo [J/kg]

x_{ex} = titolo dell'aria espirata x_a = titolo dell'aria ambiente

Ponendo $\dot{m}_{a,ve} = 1,43 \cdot 10^{-6} \cdot M$ $r = 2,41 \cdot 10^6 [J/kg]$

$$(x_{ex} - x_a)_{1atm} = 0,029 - 4,94 \cdot 10^{-6} \cdot \phi \cdot p_{as}$$

si ha

$$E_{ve} = 1,72 \cdot 10^{-5} M (5867 - \phi \cdot p_{as})$$

con

p_{as} = tensione di vapore (pressione parziale) dell'acqua alla temperatura dell'aria ambiente [Pa]

Lo scambio termico per respirazione

$$C_{ve} = \dot{m}_{a,ve} c_{p,a} (T_{ex} - T_a) \quad \text{potenza termica unitaria dispersa come "calore sensibile"}$$

dove

$\dot{m}_{a,ve}$ = ventilazione polmonare, ovvero portata massica di aria respirata [kg/s]

$c_{p,a}$ = calore specifico a pressione costante dell'aria [kJ/(kg°C)]

T_{ex} = temperatura dell'aria espirata [°C] T_a = temperatura dell'aria ambiente [°C]

Ponendo $\dot{m}_{a,ve} = 1,43 \cdot 10^{-6} \cdot M$ $T_{ex} \approx 34^\circ\text{C}$

$$c_{p,a} \approx 1 \text{ kJ}/(\text{kg}^\circ\text{C})$$

si ha

$$C_{ve} = 0,0014M (34 - T_a)$$

Lo scambio termico per respirazione

Pertanto

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{ve} = 1,72 \cdot 10^{-5} M (5867 - \phi \cdot p_{as}) \\ C_{ve} = 0,0014 M (34 - T_a) \end{array} \right.$$

da cui si ricava che la potenza termica dispersa nella respirazione dipende da

- **grado igrometrico (umidità relativa) dell'aria**
- **temperatura dell'aria dell'ambiente**
- **attività svolta dall'individuo**

L'equazione del comfort termo-igrometrico

La condizione di comfort termico (o benessere termico):

- **quello stato psicofisico in cui il soggetto esprime soddisfazione nei riguardi del microclima;**

oppure

- **la condizione in cui il soggetto non ha sensazione né di caldo né di freddo, condizione che viene detta di neutralità termica.**



Come esprimere tale sensazione in termini fisiologici ovvero in termini di parametri microclimatici ?

**Condizione
NECESSARIA**



**Variazione
dell'energia
interna del
corpo NULLA**



**OMEOTERMIA
 $T_b = \text{costante}$**



$$S = 0$$

L'equazione del comfort termo-igrometrico

S = 0

$$M - W - R - C - \cancel{C_k} - E_d - E_{sw} - E_{ve} - C_{ve} = 0$$

$M(1-\eta)$ → **attività**
 $\frac{T_{sk} - T_{op}}{0,155 \cdot I_{cl} + \frac{1}{f_{cl}h}}$ → **abbigliamento**
 $3,05 \cdot 10^{-3} (256 \cdot T_{sk} - 3373 - \phi \cdot p_{as})$ → Φ
 $M \left[(0,101 - 1,72 \cdot 10^{-5} \phi \cdot p_{as}) + 0,0014(34 - T_a) \right]$ → **attività**
 Φ
 T_a

$T_{op} \begin{cases} T_a \\ T_r \end{cases}$
 $h \begin{cases} w_a \end{cases}$
 T_{sk}

2 variabili legate al soggetto (attività ed abbigliamento)

4 variabili ambientali (temperatura, velocità ed umidità dell'aria, temperatura media radiante)

2 variabili fisiologiche (temperatura della pelle, potenza termica dispersa per sudorazione)

L'equazione del comfort termo-igrometrico

Le variabili che influenzano il comfort termoigrometrico

$$f(\text{abbigliamento}, \text{attività}, T_a, w_a, \Phi, T_r, T_{sk}, E_{sw}) = 0$$

2 variabili legate al soggetto (attività ed abbigliamento)

4 variabili ambientali (temperatura, velocità ed umidità dell'aria, temperatura media radiante)

2 variabili fisiologiche (temperatura della pelle, potenza termica dispersa per sudorazione)

In realtà le due variabili fisiologiche non sono indipendenti ma dipendono (con legge complessa) dalle altre.
Pertanto le variabili indipendenti sono 6

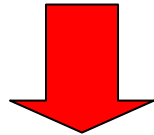
$$f(\text{abbigliamento}, \text{attività}, T_a, w_a, \Phi, T_r) = 0$$

**Condizione
necessaria
per il comfort**

L'equazione del comfort termo-igrometrico

$$f(\text{abbigliamento, attività, } T_a, w_a, \Phi, T_r, T_{sk}, E_{sw}) = 0 \quad (1)$$

Altra condizione necessaria



non attivazione dei meccanismi di termoregolazione

In realtà si è visto che, in condizioni di comfort termico, non si ha l'attivazione dei meccanismi di termoregolazione solo se il soggetto è a riposo.

All'aumentare della attività, anche in condizioni di benessere, si innescano e si intensificano sia il meccanismo vasomotorio che la sudorazione.

L'equazione del comfort termo-igrometrico

$$f(\text{abbigliamento, attività, } T_a, w_a, \Phi, T_r, T_{sk}, E_{sw}) = 0 \quad (1)$$

Secondo Fanger le ulteriori condizioni che devono essere soddisfatte sono:

$$(2) \quad E_{sw} = 0,42 \left[(M - W) - 58,2 \right]$$

In caso di attività sedentaria la sudorazione è sgradita, mentre in caso di attività motoria una certa dose di sudorazione risulta gradita.

$$(3) \quad T_{sk} = 35,7 - 0,0275 (M - W)$$

In caso di attività motoria è gradita una temperatura della pelle più bassa

In definitiva, le possibili condizioni di comfort termico sono le combinazioni delle sei variabili indipendenti che soddisfano l'equazione (1), insieme alle (2) e (3).

L'equazione del comfort termo-igrometrico

$$M - W = M(1 - \eta) = \frac{T_{sk} - T_{op}}{0,155 \cdot I_{cl} + \frac{1}{f_{cl} h}} + 3,05 \cdot 10^{-3} (256 \cdot T_{sk} - 3373 - \phi \cdot p_{as}) +$$
$$+ E_{sw} + M \left[(0,101 - 1,72 \cdot 10^{-5} \cdot \phi \cdot p_{as}) + 0,0014 \cdot (34 - T_a) \right] \quad (1)$$

dove

$$E_{sw} = 0,42 \left[(M - W) - 58,2 \right] \quad (2)$$

e

$$T_{sk} = 35,7 - 0,0275 (M - W) \quad (3)$$

Esempio

Uno studente assiste ad una lezione nel periodo invernale in un'aula in cui si hanno le seguenti condizioni termoigrometriche:

- Temperatura operativa: $T_{op} = 20^{\circ}\text{C}$
- Temperatura dell'aria: $T_a = 22^{\circ}\text{C}$
- Velocità dell'aria: $w_a = 0,10 \text{ m/s}$
- Umidità relativa dell'aria: $\Phi = 50\% = 0,50$

Determinare, sulla base del bilancio termico, se lo studente si trova in condizioni di comfort.

Attività fisica
sedentaria



$$M = 1,2 \text{ met} \sim 70 \text{ W/m}^2$$

$$W = \eta M \sim 0$$


Abbigliamento tipico invernale



$$I_{cl} \sim 1 \text{ clo}$$

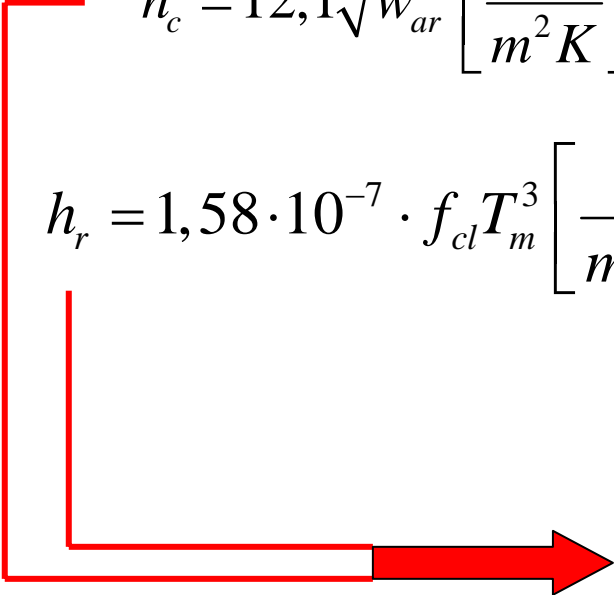
Coefficienti di scambio termico:

$$w_{ar} = w_a + 0,0052(M - 58,2) = [0,10 + 0,0052(70 - 58,2)] [m/s] \approx 0,16 m/s$$



$$h_c = 12,1\sqrt{w_{ar}} \left[\frac{W}{m^2 K} \right] = 12,1\sqrt{0,16} \left[\frac{W}{m^2 K} \right] \approx 5 \frac{W}{m^2 K}$$

$$h_r = 1,58 \cdot 10^{-7} \cdot f_{cl} T_m^3 \left[\frac{W}{m^2 K} \right] \approx 1,58 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot (20 + 273)^3 \left[\frac{W}{m^2 K} \right] \approx 4 \left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$



$$h = h_c + h_r \approx 9 \frac{W}{m^2 K}$$

Temperatura della pelle

Calcolata in condizioni di comfort

$$T_{sk} = 35,7 - 0,0275(M - W) \approx (35,7 - 0,0275 \cdot 70)^\circ\text{C} = 33,8^\circ\text{C}$$

Potenza termica unitaria “secca”

$$R + C = \frac{T_{sk} - T_{op}}{0,155 \cdot I_{cl} + \frac{1}{f_{cl}h}} = \frac{33,8 - 20}{0,155 + \frac{1}{9}} \approx 52 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

**Potenza termica unitaria
per sudorazione**

Calcolata in condizioni di comfort

$$E_{sw} = 0,42[(M - W) - 58,2] = [0,42(70 - 58,2)] \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \approx 5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Pressione del vapor saturo

$$T_a = 22 \text{ °C} \quad \longrightarrow \quad p_{as} = 0,0265 \text{ bar} = 2650 \text{ Pa}$$

Potenza termica unitaria per diffusione di vapore acqueo attraverso la pelle

$$\begin{aligned} E_d &= 3,05 \cdot 10^{-3} (256 \cdot T_{sk} - 3373 - \phi \cdot p_{as}) = \\ &= 3,05 \cdot 10^{-3} (256 \cdot 33,8 - 3373 - 0,5 \cdot 2650) \approx 12 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

Potenza termica unitaria per respirazione

$$\begin{aligned} E_{ve} + C_{ve} &= M \left[(0,101 - 1,72 \cdot 10^{-5} \cdot \phi \cdot p_{as}) + 0,0014 \cdot (34 - T_a) \right] = \\ &= 70 \cdot \left[(0,101 - 1,72 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5 \cdot 2650) + 0,0014 \cdot (34 - 22) \right] \approx 7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

Potenza termica unitaria per sudorazione in condizioni di comfort

$$E_{sw} \approx 5 \frac{W}{m^2}$$

$$5/76 \sim 7\%$$

Potenza termica unitaria "secca"

$$R + C \approx 52 \frac{W}{m^2}$$

$$52/76 \sim 68\%$$

Potenza termica unitaria per diffusione di vapore acqueo attraverso la pelle

$$E_d \approx 12 \frac{W}{m^2}$$

$$12/76 \sim 16\%$$

Potenza termica unitaria per respirazione

$$E_{ve} + C_{ve} \approx 7 \frac{W}{m^2}$$

$$7/76 \sim 9\%$$

Potenza termica unitaria dissipata totale

$$E_{tot} \sim (5 + 52 + 12 + 7) \text{ W/m}^2 = 76 \text{ W/m}^2$$



$$E_{tot} > M = 70 \text{ W/m}^2$$

GLI INDICI DI DISCOMFORT TERMO-IGROMETRICO

Una volta determinate le condizioni di benessere, sorge il problema di verificare se in un ambiente reale i valori delle grandezze microclimatiche permettono di raggiungere tali condizioni o di valutarne lo scostamento.



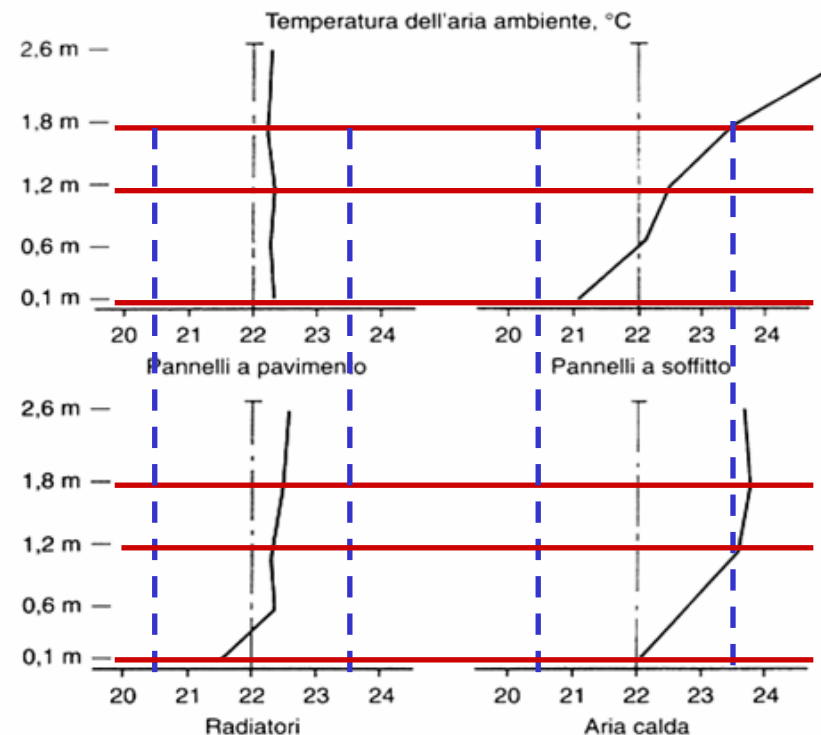
VARIABILI AMBIENTALI: LA TEMPERATURA DELL'ARIA

L'importanza della temperatura dell'aria sul benessere termoisometrico è piuttosto ovvia in quanto influenza direttamente lo scambio termico convettivo e quello sensibile attraverso la respirazione. Essa potrebbe essere misurata con un normale sensore di temperatura. Tuttavia la misura in un punto di tale grandezza non è un indicatore sufficiente per stabilire condizioni di comfort. Possono infatti verificarsi gradienti verticali ed orizzontali di temperatura non trascurabili, a causa di effetti di stratificazione e circolazione.

Le disuniformità locali di temperatura sono in generale funzione delle temperature superficiali degli oggetti inseriti nell'ambiente, in particolare la presenza di elementi fortemente irraggianti rende molto variabile il campo di temperatura (la tipologia di impianto influenza fortemente il gradiente verticale di T_a).

Il limite per il gradiente verticale di temperatura generalmente accettato dagli standard è di 3°C tra (0,1 m ed 1,1 m o 1,7 m)

L'influenza delle disuniformità di temperatura vengono considerate nel determinare le condizioni di discomfort locale



Gli indici di discomfort termico-igrometrico

Le condizioni reali vengono considerate accettabili se sia l'indice di disagio globale che quelli localizzati rimangono entro certi valori numerici, che sono valutati su base statistica.

Ambienti termicamente
moderati
(abitazioni, uffici ecc.)



Indici di disagio

Ambienti termicamente
severi
(fonderie, laminatoi ecc.)



Indici di stress
(il problema è la salute)

Gli indici di discomfort termico-igrometrico

Indici di disagio

empirici



basati sul metodo della inchiesta
storicamente i primi ad essere introdotti

ET (Effective Temperature)

Houghten e Yagoglou, 1920

oggi praticamente abbandonato

razionali

basati su un approccio integrato tra
l'equazione di bilancio termico e
l'indagine statistica

PMV (Predicted Mean Vote)

Fanger, 1970

ET* (New Effective Temperature)

Gagge, anni 70

L'indice globale: PMV

L'indice razionale PMV (Predicted Mean Vote) proposto da Fanger nel 1970, per la completezza delle variabili prese in considerazione è oggi il più usato e dal 1984 è stato introdotto nelle norme ISO 7730.

L'indice PMV consente di prevedere il voto medio espresso dagli occupanti un dato ambiente, supponendo di chiedere a ciascuno di formulare un giudizio sulla sensazione nei riguardi del microclima

L'indagine fu effettuata in camera climatica su circa 1300 individui, in eguali condizioni di attività e di abbigliamento

L'indice globale: PMV

L'indice razionale PMV (Predicted Mean Vote)

Corrispondenza tra
voto assegnato e
sensazione soggettiva

VOTO	SENSAZIONE
+3	molto caldo
+2	caldo
+1	leggermente caldo
0	neutro
-1	leggermente freddo
-2	freddo
-3	molto freddo

L'indice globale: PMV

Per valutare il PMV (Predicted Mean Vote) il metodo di Fanger utilizza l'equazione di bilancio termico (1), insieme alle equazioni del comfort (2) e (3)

La sensazione di caldo o di freddo che prova un soggetto è proporzionale al **carico termico CT**, definito come la differenza tra (M-W) e la potenza termica unitaria che il soggetto disperderebbe globalmente verso l'ambiente ove si trovasse in condizioni di comfort (ovvero calcolata mediante le eq. (1), (2) e (3))




$$CT = (M - W) - (R^* - C^* - E_d^* - E_{sw}^* - E_{ve} - C_{ve}) \quad (1)$$

$$E_{sw} = 0,42 \left[(M - W) - 58,2 \right] \quad (2)$$

$$T_{sk} = 35,7 - 0,0275 (M - W) \quad (3)$$

I termini con l'asterisco sono calcolati usando le equazioni (2) e (3).

L'indice globale: PMV

CT = 0		Condizioni di neutralità termica
CT > 0		Sensazione di caldo
CT < 0		Sensazione di freddo

Mettendo in relazione il Carico Termico CT con i dati ricavati nell'indagine statistica, Fanger ha elaborato un algoritmo che definisce il PMV in funzione della potenza metabolica unitaria M e del Carico Termico CT stesso.

$$PMV = \left[0,303 e^{-0,036 \cdot M} + 0,028 \right] \cdot CT$$

L'indice PPD (Predicted Percentage of Dissatisfied)

Considerando l'approccio statistico nella definizione dell'indice PMV, esso esprime il voto medio espresso nei confronti del microclima dalla maggioranza dei soggetti. E' chiaro però che i voti dei singoli individui presentano una certa dispersione attorno al valore medio.

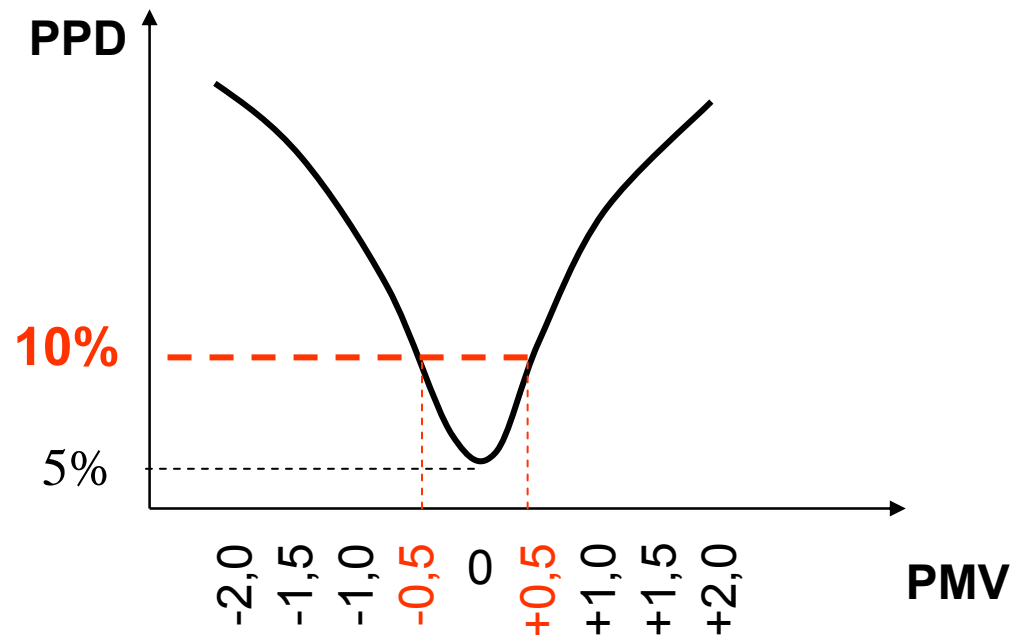
Indice PPD percentuale prevista di insoddisfatti, individuando come insoddisfatti coloro che votavano ± 2 oppure ± 3 .

$$PPD = 100 - 95 e^{-\left(0,03353 PMV^4 + 0,2179 PMV^2\right)}$$

Si vede che anche per $PMV = 0$ la percentuale di insoddisfatti è pari al 5%, ovvero è impensabile individuare condizioni ambientali che siano di comfort per tutti.

L'indice PPD (Predicted Percentage of Dissatisfied)

Considerazioni di tipo economico hanno, sino ad oggi, indotto la normativa a ritenere accettabili ambienti con un PPD inferiore o uguale al 10%, ovvero con un PMV compreso tra -0,5 e +0,5



L'indice PPD (Predicted Percentage of Dissatisfied) ESEMPIO

Uno studente assiste ad una lezione nel periodo invernale in un'aula in cui si hanno le seguenti condizioni termoigrometriche:

- Temperatura operativa: $T_{op} = 20^{\circ}\text{C}$
- Temperatura dell'aria: $T_a = 22^{\circ}\text{C}$
- Velocità dell'aria: $w_a = 0,10 \text{ m/s}$
- Umidità relativa dell'aria: $\Phi = 50\% = 0,50$

In un precedente esercizio è stato calcolato che lo studente dissipa verso l'ambiente una potenza unitaria $M^* = 76 \text{ W/m}^2$.

Determinare se lo studente si trova in condizioni di comfort.

Attività fisica  $M = 1,2 \text{ met} \sim 70 \text{ W/m}^2$ $W = \eta M \sim 0$

Abbigliamento tipico invernale  $I_{cl} \sim 1 \text{ clo}$

Potenza unitaria dissipata: $M^* \sim 76 \text{ W/m}^2$

L'indice PPD (Predicted Percentage of Dissatisfied)

Potenza unitaria
dissipata
 $M^* \sim 76 \text{ W/m}^2$



Carico Termico

$$CT = M - M^* = (70 - 76) \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = -6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$CT < 0$



Sensazione di freddo

**Predicted
Mean Vote**

$$\begin{aligned} PMV &= \left[0,303 \cdot e^{-0,036 \cdot M} + 0,028 \right] \cdot CT = \\ &= \left[0,303 \cdot e^{-0,036 \cdot 70} + 0,028 \right] \cdot (-6) = -0,31 \end{aligned}$$

$0 < PMV < -1$



Leggermente freddo

L'indice PPD (Predicted Percentage of Dissatisfied)

Esempio

$$PMV = -0,31$$

Predicted
Percentage of
Dissatisfied

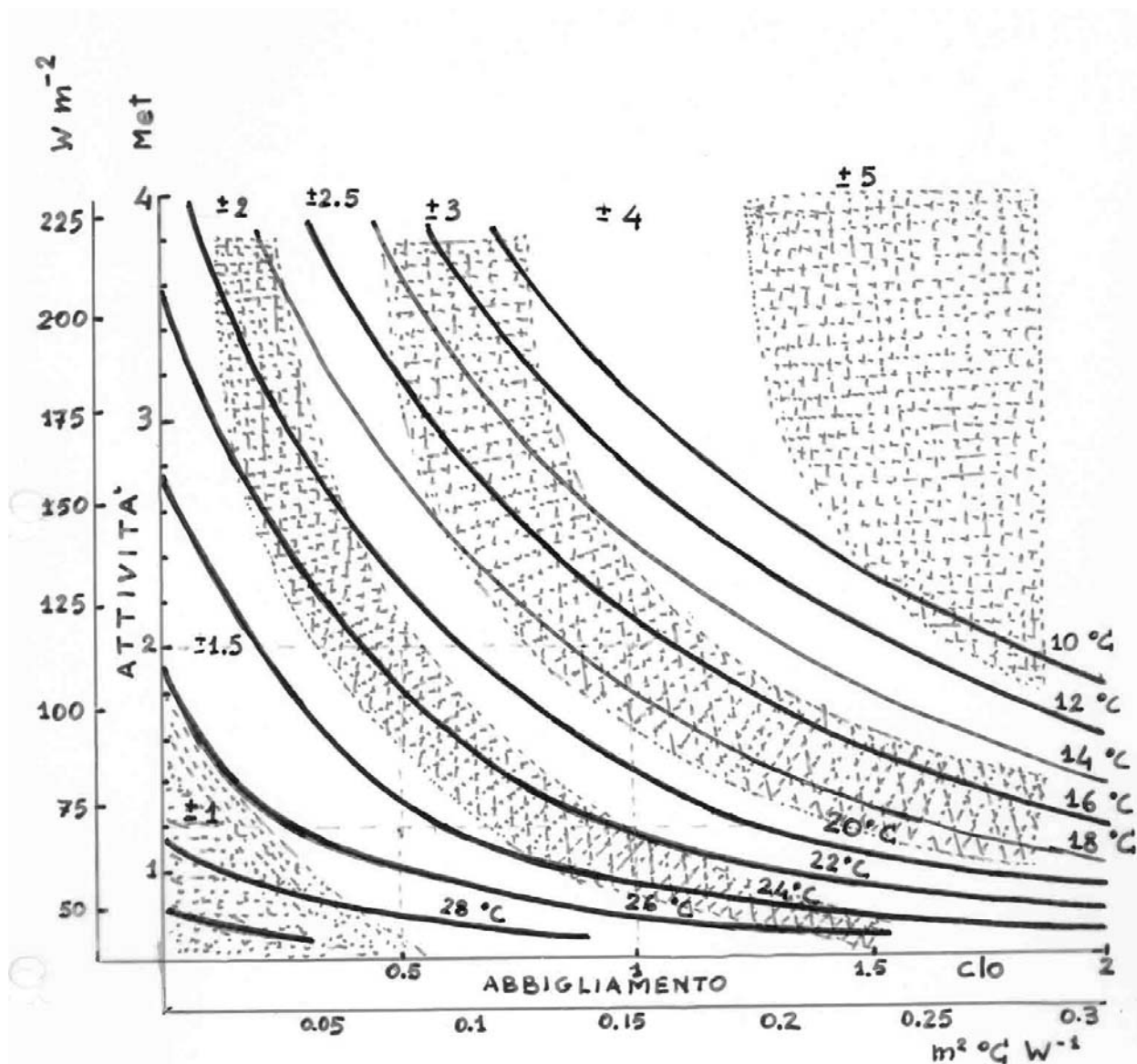
$$PPD = 100 - 95 \cdot e^{-\left(0,03353 \cdot PMV^4 + 0,2179 \cdot PMV^2\right)} =$$
$$= 100 - 95 \cdot e^{-\left(0,03353 \cdot 0,31^4 + 0,2179 \cdot 0,31^2\right)} \simeq 7\%$$

PPD = 7% < 10%



Condizioni di comfort
ACCETTABILI

Il diagramma a temperatura operativa di neutralità termica costante



Norma UNI-EN-ISO 7730

— T_{op} ottimale

▨ ΔT ammissibile per rimanere nel campo di valori (-0,5 +0,5) per PMV

Il diagramma è valido per:

$\Phi = 50\%$

$\eta = W = 0$

$w_{ar} = 0,0052(M-58,2)$ [m/s]

Esempio

Ufficio con attività leggera



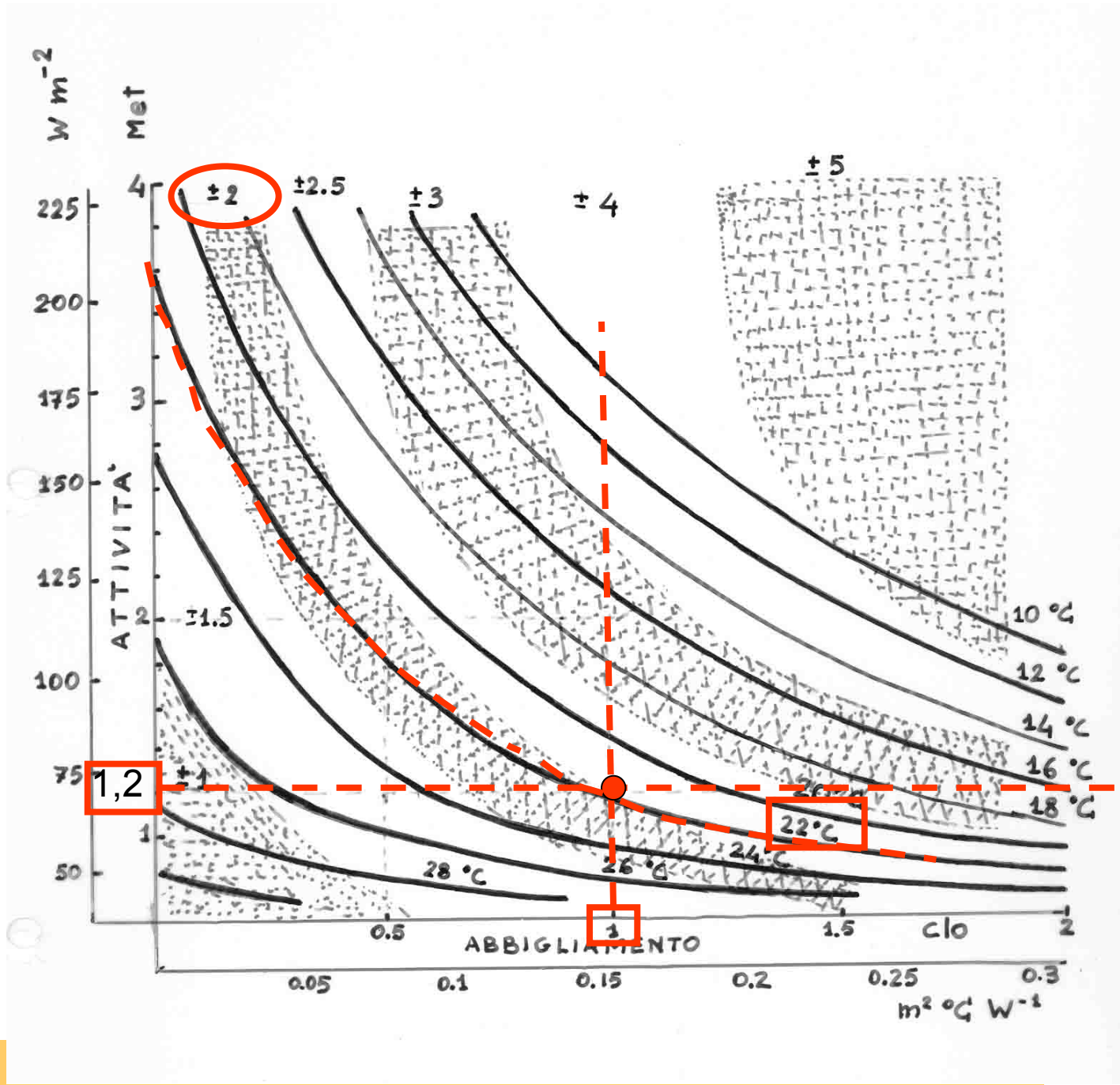
$M \sim 1,2 \text{ met}$

INVERNO, con abbigliamento tipico



$I_{cl} \sim 1 \text{ clo}$

Esempio



Esempio

Ufficio con attività leggera



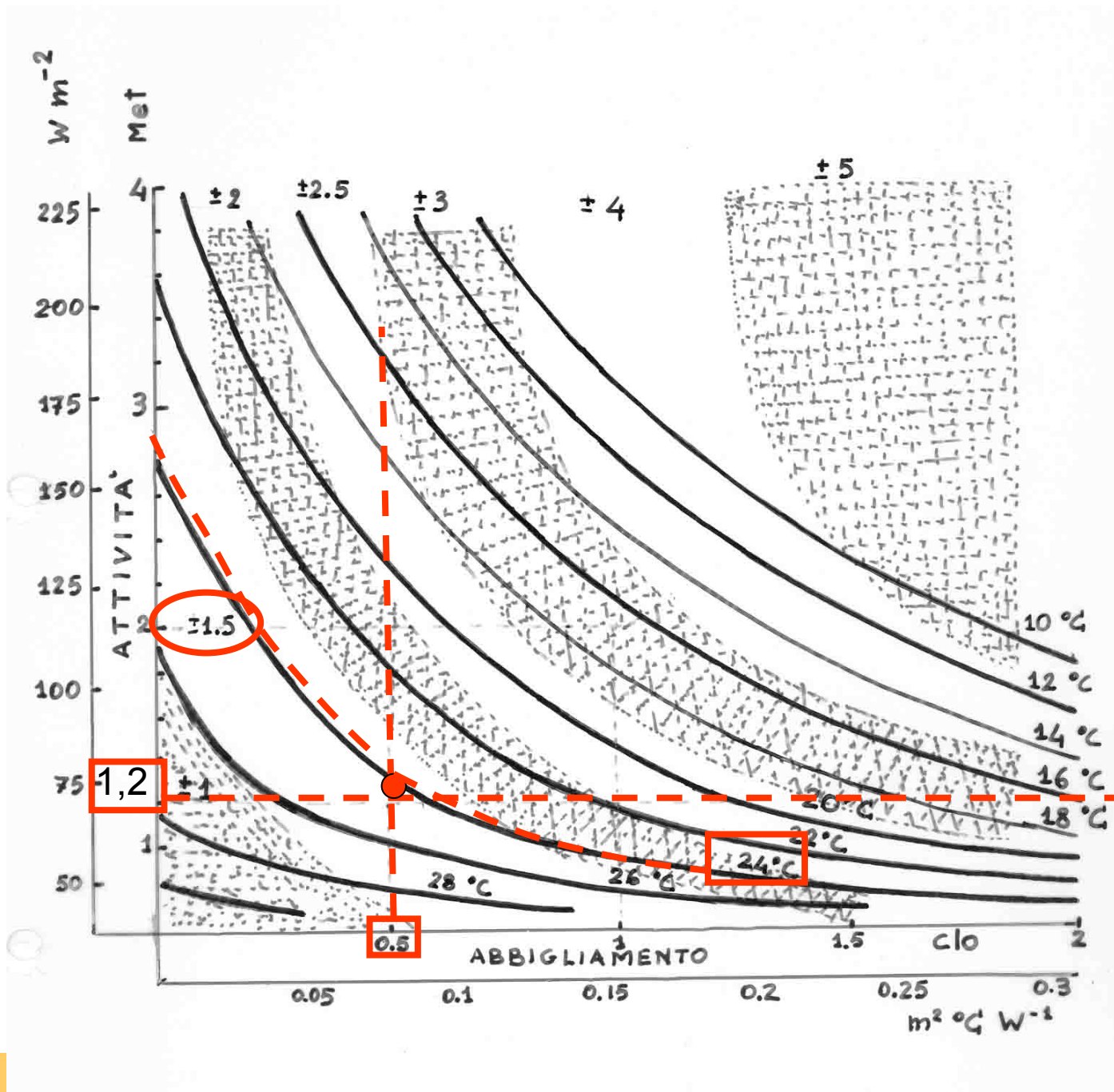
$M \sim 1,2 \text{ met}$

ESTATE
con abbigliamento tipico

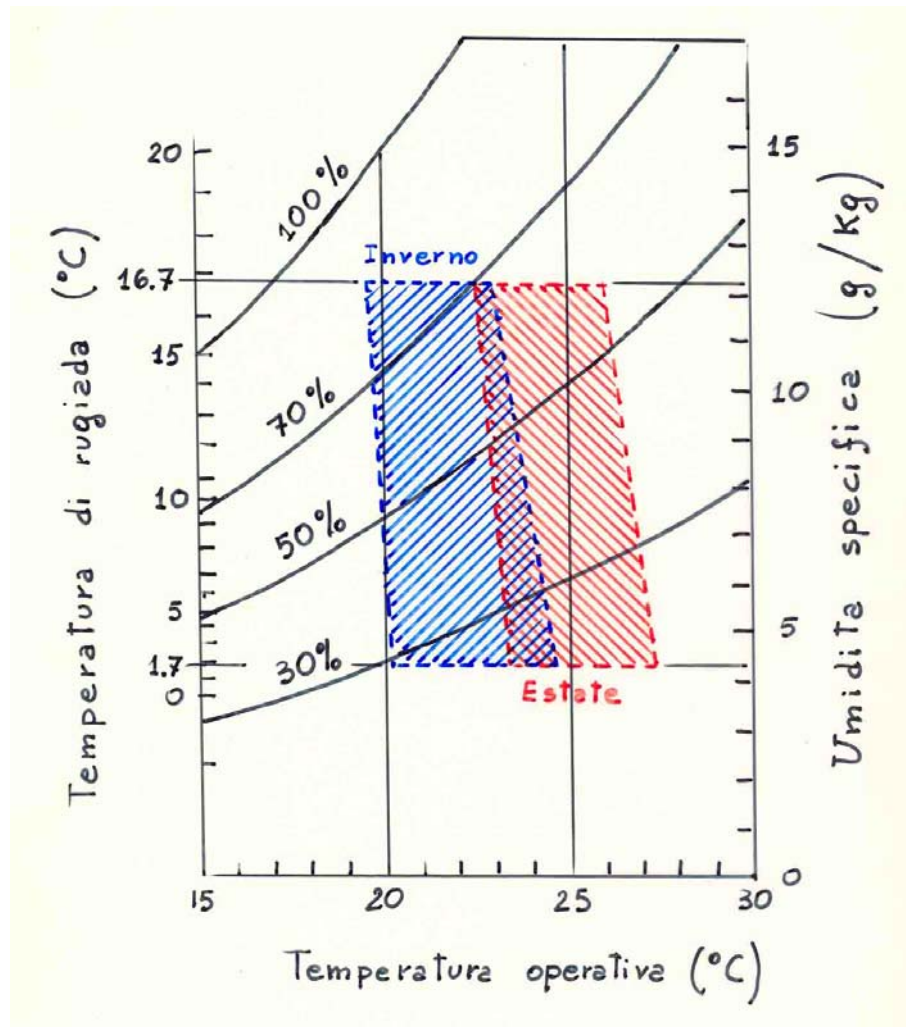


$I_{cl} \sim 0,5 \text{ clo}$

Esempio



Il diagramma ASHRAE St 55-1981 del comfort termico



Condizioni accettabili per il comfort termico secondo ASHRAE Standard 55-1981

- attività sedentaria:
 $M \leq 1,2$ met
- abbigliamento da interno:
estate $I_{cl} \sim 0,5$ clo
inverno $I_{cl} \sim 0,9$ clo
- velocità dell'aria:
 $w_a \sim 0,15$ m/s

Le cause di discomfort termico locale

Principali cause di discomfort termico locale

Disuniformità di temperatura

Fluttuazioni di velocità dell'aria

- 1. Notevoli gradienti verticali di temperatura dal pavimento al soffitto. Particolarmente fastidiosa quando la temperatura a livello delle caviglie è inferiore a quella della testa: PPD ~ 5% $\Delta T < 3^\circ\text{C}$**
- 2. Pavimento troppo caldo o troppo freddo: $20^\circ\text{C} \div 30^\circ\text{C}$**
- 3. Disuniformità locali della velocità dell'aria. Un raffreddamento indesiderato anche di una piccola parte del corpo dovuto ad una corrente d'aria può provocare forte disagio. In inverno $w_a < 0,12 \text{ m/s}$. In estate $w_a < 0,16 \text{ m/s}$.**
- 4. Elevata disuniformità della temperatura delle pareti. Si verifica in inverno in presenza di grandi superfici vetrate fredde (asimmetria orizzontale) ovvero da un soffitto troppo caldo (asimmetria verticale). Per attività sedentaria o leggera, asimmetria orizzontale $< 10^\circ\text{C}$. Per attività sedentaria o leggera, asimmetria verticale $< 5 \div 7^\circ\text{C}$**

Scheda 1

Condizioni di comfort INVERNALI, attività sedentaria

Temperatura operativa*	20 ÷ 23 °C
Differenza di temperatura verticale fra 0,1m e 1,1m dal suolo (caviglie-anche)	< 3 °C
Temperatura superficiale del pavimento	19 ÷ 26 °C
Velocità media dell'aria	< 0,15 m/s
Asimmetria della temperatura radiante da finestre o altre superfici verticali fredde	< 10 °C
Asimmetria della temperatura radiante da superfici orizzontali calde	< 5 °C
Umidità relativa	50% ± 10%

* In Italia la legge 10/90 sul risparmio energetico prevede $T_{\text{ambiente}} = 20^{\circ}\text{C}$

Scheda 2

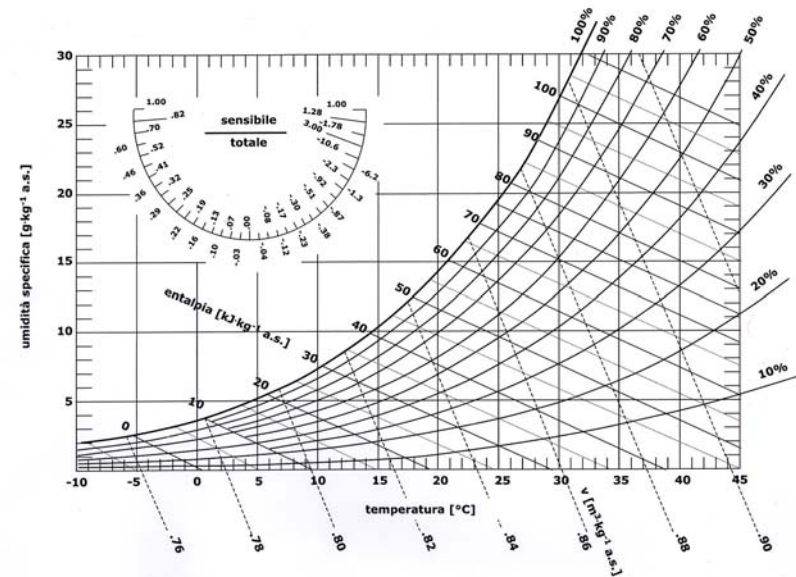
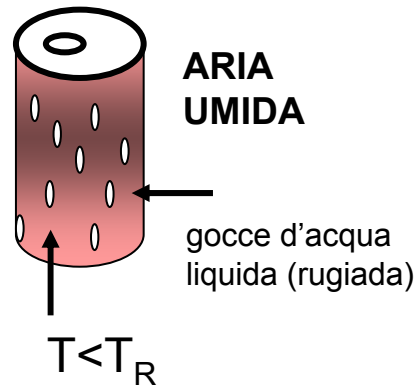
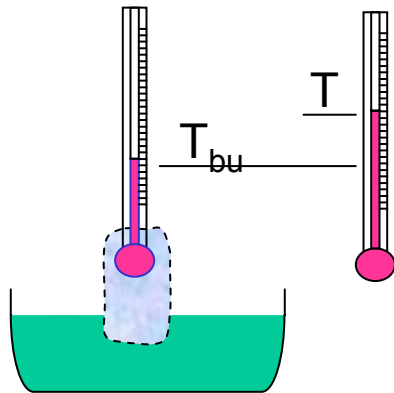
Condizioni di comfort ESTIVE, attività sedentaria

Temperatura operativa	24 ÷ 26 °C
Differenza di temperatura verticale fra 0,1m e 1,1m dal suolo (caviglie-anche)	< 3 °C
Velocità media dell'aria	< 0,25 m/s
Umidità relativa	50% ± 10%

TERMODINAMICA E TERMOFLUIDODINAMICA

Cap. 13

LA TERMODINAMICA DELL'ARIA UMIDA



Cap. 12 – La termodinamica dell'aria umida

Indice

1. L'aria umida
 - 1.1 Miscela aria-vapore
 - 1.2 Parametri caratteristici dell'aria umida: l'umidità
 - 1.3 Parametri caratteristici dell'aria umida: la temperatura
 - 1.4 Parametri caratteristici dell'aria umida: l'entalpia
2. Il diagramma psicrometrico
3. I trattamenti dell'aria umida
 - 3.1 Riscaldamento sensibile
 - 3.2 Raffreddamento sensibile
 - 3.3 Raffreddamento con deumidificazione
 - 3.4 Saturazione adiabatica
 - 3.5 Miscelazione adiabatica
 - 3.6 Esempio di trattamento estivo dell'aria umida
 - 3.7 Esempio di trattamento invernale dell'aria umida

L'aria umida

Aria atmosferica (ARIA UMIDA):
miscela di aria secca e vapore acqueo (umidità)

ARIA SECCA: miscela di diversi gas, in prevalenza azoto ed ossigeno

	N ₂	O ₂	Ar	CO ₂	Altri
% in volume	78,09	20,89	0,93	0,03	0,06
% in peso	75,45	23,21	1,29	0,04	0,01

In pratica, la trattiamo **come un gas perfetto**:

$$p_a V_a = m_a R_a T \rightarrow p_a v_a = R_a T \quad \text{dove} \quad R_a = \frac{R_0}{M_a} = 287 \left[\frac{J}{kgK} \right] \quad M_a = 28.966 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \quad v_a = V/m_a$$

Il **volume specifico** in condizioni normali (0°C e 1 atm) è: $v_{a,N} = 0,773 \left[\frac{m^3}{kg} \right]$ ovvero $\rho_{a,N} = 1,3 \left[\frac{kg}{m^3} \right]$

Il **calore specifico** c_p può essere considerato costante nel campo di temperatura tra -10°C e +50°C : $c_p = 1,005 \left[\frac{kJ}{kgK} \right]$

Miscele di gas

Per determinare le proprietà di una miscela di gas, è necessario conoscere sia la sua **composizione** sia le proprietà dei suoi componenti.

Per individuare la composizione di una miscela o si indica il numero di moli di ciascun componente (**analisi molare**), o si indica la massa di ciascun componente (**analisi gravimetrica**).

Per una miscela costituita da n componenti, la massa della miscela m_m è pari alla somma delle masse dei singoli componenti e il numero di moli della miscela N_m è pari alla somma dei numeri di moli dei singoli componenti

$$m_m = \sum_{i=1}^n m_i$$
$$N_m = \sum_{i=1}^n N_i$$

Il rapporto tra la massa di un componente e la massa complessiva della miscela è chiamata **frazione massica** x_i , mentre quello fra il numero di moli di un componente e il numero di moli complessivo è chiamato **frazione molare** y_i

$$x_i = \frac{m_i}{m_m} \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1$$
$$y_i = \frac{N_i}{N_m} \quad \sum_{i=1}^n y_i = 1$$

Miscele di gas

Se i gas che compongono la miscela possono essere considerati come gas perfetti, il loro comportamento p-v-T si basa sulle seguenti due leggi:

La legge di Amagat

(o della somma dei volumi)

Il volume di una miscela di gas perfetti è uguale alla somma dei volumi che ognuno dei gas costituenti occuperebbe da solo nelle stesse condizioni di pressione e temperatura della miscela

$$V_m = \sum_{i=1}^N V_i(T_m, p_m)$$

dove

V_i = volume parziale del componente i

La legge di Dalton

(o della somma delle pressioni)

La pressione di una miscela di gas perfetti è uguale alla somma delle pressioni che ognuno dei gas costituenti avrebbe se da solo fosse nelle stesse condizioni di volume e temperatura della miscela

$$p_m = \sum_{i=1}^N p_i(T_m, V_m)$$

dove

p_i = pressione parziale del del componente i

$$y_i = \frac{N_i}{N_m} = N_i \frac{R_0 \cdot T_m}{p_m} \bigg/ N_m \frac{R_0 \cdot T_m}{p_m} = \frac{V_i}{V_m}$$

$$y_i = \frac{N_i}{N_m} = N_i \frac{R_0 \cdot T_m}{V_m} \bigg/ N_m \frac{R_0 \cdot T_m}{V_m} = \frac{p_i}{p_m}$$

Miscela aria-vapore

Nel caso dell'aria umida atmosferica si ha una miscela aria secca + vapore acqueo

Vapore acqueo: data la sua bassa pressione parziale, può essere considerato un gas perfetto

$$p_v v_v = R_v T \quad \text{dove} \quad R_v = \frac{R_0}{M_v} = 462 \left[\frac{J}{kgK} \right] \quad M_v = 18,012 \left[\frac{kg}{kmol} \right] \quad v_v = \frac{V}{m_v}$$

Miscela aria-vapore: la pressione totale p della miscela è la somma delle pressioni parziali p_a dell'aria secca e p_v del vapore

$$p = p_a + p_v$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{con } p_a/p = y_a = \text{frazione molare dell'aria} \\ p_v/p = y_v = \text{frazione molare del vapore} \end{array} \right\} y_a + y_v = 1$$

La concentrazione di vapore è limitata superiormente dal valore della pressione di saturazione $p_{v,s}$ alla temperatura T

$$y_{v,\max} = p_{v,s}/p$$

Pressione di saturazione dell'acqua

$$P_{sat} = \exp \left[65,81 - \frac{7066,27}{T} - 5,976 \cdot \ln(T) \right] \quad [Pa]$$

T (°C)	p_{sat} (kPa)	T (°C)	p_{sat} (kPa)	T (°C)	p_{sat} (kPa)	T (°C)	p_{sat} (kPa)
0,01	0,611	15	1,705	25	3,169	35	5,628
4	0,813	16	1,818	26	3,363	36	5,947
5	0,872	17	1,938	27	3,567	38	6,632
6	0,935	18	2,064	28	3,782	40	7,384
8	1,072	19	2,198	29	4,008	45	9,593
10	1,228	20	2,339	30	4,246	50	12,349
11	1,312	21	2,487	31	4,496
12	1,402	22	2,645	32	4,759	100	101,35
13	1,497	23	2,810	33	5,034
14	1,598	24	2,985	34	5,324	374.14	22089

Parametri igrometrici dell'aria umida

UMIDITA' SPECIFICA (o titolo dell'aria umida) $x = m_v / m_a$

Rapporto tra la massa di vapore acqueo m_v e la massa di aria secca m_a contenute nello stesso volume V

$$x = \frac{m_v}{m_a} = \frac{\frac{V}{v_v}}{\frac{V}{v_a}} = \frac{v_a}{v_v} = \frac{\frac{R_a T}{p_a}}{\frac{R_v T}{p_v}} = \frac{R_a p_v}{R_v p_a} = \frac{287}{462} \frac{p_v}{p_a} = 0,622 \frac{p_v}{p_a}$$

Ovviamente x è adimensionale, ma generalmente viene espresso in grammi di vapore acqueo per kilogrammo di aria secca, per cui:

$$x = 0,622 \frac{p_v}{p_a} \cdot \frac{1000 \text{ g di vapore}}{\text{kg di aria secca}} = 622 \frac{p_v}{p_a} \left[\frac{\text{g di vapore}}{\text{kg di aria secca}} \right] = 622 \frac{p_v}{p - p_v} \left[\frac{\text{g di vapore}}{\text{kg di aria secca}} \right]$$

Parametri igrometrici dell'aria umida

Si consideri una certa quantità di aria secca, che per definizione, non contiene vapore acqueo e quindi ha umidità specifica $x=0$. Aggiungendo del vapore acqueo all'aria secca x aumenta. Da un certo stato in poi l'aria non sarà più in grado di contenere altro vapore acqueo: si dice che essa è **satura** di vapore.

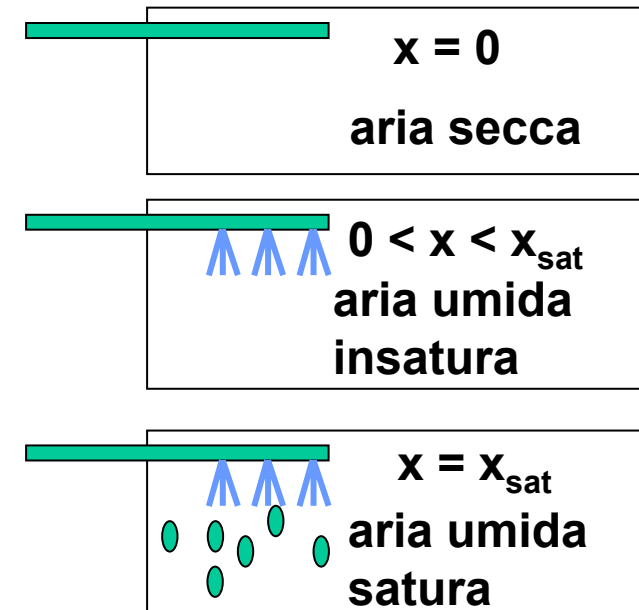
In queste condizioni qualunque ulteriore quantità di vapore acqueo venisse aggiunta all'aria **condenserà** sotto forma di acqua liquida.

La quantità di vapore d'acqua contenuta nell'aria satura in ogni condizione di temperatura e pressione può essere determinata dalla equazione precedente sostituendo p_v con $p_{v,s}$, che rappresenta la pressione di saturazione dell'acqua alla temperatura considerata.

Aria a $T = 25\text{ °C}$ e $p = 100\text{ kPa}$

$$p_{\text{sat,H}_2\text{O},T=25^\circ\text{C}} = 3,169\text{ kPa}$$

$p_v = 0$	→	aria secca
$p_v < 3,169$	→	aria insatura
$p_v = 3,169\text{ kPa}$	→	aria satura



Parametri igrometrici dell'aria umida

La quantità di vapore acqueo contenuta nell'aria influenza il comfort termico delle persone, ma il livello di benessere dipende principalmente dalla quantità di vapore che l'aria contiene rispetto alla quantità massima che essa potrebbe contenere alla stessa temperatura.

UMIDITA' RELATIVA (o grado igrometrico) $\phi = m_v / m_{v,s}$

Rapporto tra la massa m_v di vapore presente in un certo volume V di aria umida e la massa $m_{v,s}$ di vapore contenibile in condizioni di saturazione alla stessa temperatura nello stesso volume V di aria umida

$$\phi = \frac{m_v}{m_{v,s}} = \frac{V/v_v}{V/v_{v,s}} = \frac{v_{v,s}}{v_v} = \frac{p_v}{p_{v,s}}$$

L'umidità relativa varia tra 0 (aria secca) e 1 (aria satura), ovvero tra 0% e 100%

Si ha anche: $\phi = \frac{x \cdot p}{(0,622 + x)p_{v,s}}$ $x = \frac{0,622 \cdot \phi \cdot p_{v,s}}{p - \phi \cdot p_{v,s}}$ con x espresso in kg di vapore per kg di aria secca

Esempio

Una stanza ha un volume $V_{\text{amb}}=5 \times 5 \times 3 \text{ m}^3$ e contiene aria, alla temperatura $T=25^\circ\text{C}$ e alla pressione $p=100\text{kPa}$, avente umidità relativa $\Phi=75\%$.

Si determini:

- la pressione parziale del vapore e dell'aria secca;
- l'umidità specifica dell'aria;
- le masse di aria secca e vapore acqueo contenute nell'ambiente.

$$T = 25^\circ\text{C}$$



$$p_{v,s} = 3,169 \text{ kPa}$$

$$\phi = \frac{p_v}{p_{v,s}}$$



$$p_v = \phi \cdot p_{v,s} = 0,75 \cdot 3,169 = 2,38 [\text{kPa}]$$

$$p_v = 2,38 [\text{kPa}]$$

$$p = p_a + p_v$$



$$p_a = p - p_v = (100 - 2,38) \text{ kPa} = 97,62 [\text{kPa}]$$

Esempio

$$x = 622 \frac{p_v}{p - p_v} \left[\frac{\text{g di vapore}}{\text{kg di aria secca}} \right] = 622 \cdot \frac{2,38}{100 - 2,38} \left[\frac{\text{g di vapore}}{\text{kg di aria secca}} \right] = 15,2 \left[\frac{\text{g di vapore}}{\text{kg di aria secca}} \right]$$

Poiché sia l'aria che il vapore
acqueo riempiono l'intero ambiente

$$V_a = V_v = V_{amb} = 75 \text{ m}^3$$

**Applicando la
legge dei gas
ideali all'aria e al
vapore acqueo**

$$m_v = \frac{p_v V_v}{R_v T} = \frac{2,38 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] \cdot 75 \left[\text{m}^3 \right]}{462 \left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right] \cdot (273 + 25) \left[\text{K} \right]} = 1,3 \left[\text{kg} \right]$$

$$m_a = \frac{p_a V_a}{R_a T} = \frac{97,62 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] \cdot 75 \left[\text{m}^3 \right]}{287 \left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right] \cdot (273 + 25) \left[\text{K} \right]} = 85,6 \left[\text{kg} \right]$$

Parametri caratteristici dell'aria umida: l'entalpia

Nell'ipotesi di miscela di gas ideali, l'entalpia dell'aria umida può essere espressa come somma dell'entalpia dell'aria secca e dell'entalpia del vapore.

$$H = m_a h_a + m_v h_v$$

Poiché nei processi di trattamento dell'aria umida generalmente la portata di aria secca rimane inalterata mentre può variare il suo contenuto in vapore d'acqua, conviene esprimere l'entalpia specifica dell'aria umida con riferimento all'unità di massa di aria secca, invece che all'unità di aria umida.

$$h = \frac{H}{m_a} = \frac{m_a}{m_a} h_a + \frac{m_v}{m_a} h_v = h_a + x \cdot h_v$$



$$h = h_a + x \cdot h_v$$

Parametri caratteristici dell'aria umida: l'entalpia

Entalpia (specifica) dell'aria secca

Assumendo come stato di riferimento per l'entalpia quello a 0°C e pressione atmosferica, si ha:

$$T=0^{\circ}\text{C e } p=1\text{atm}=101,3 \text{ kPa} \quad \longrightarrow \quad h_a = 0$$

allora

$$h_a = c_{p,a} \cdot T$$

dove

$c_{p,a}$ = calore specifico a pressione costante dell'aria ~ 1 kJ/(kg K)

T = temperatura di bulbo asciutto espressa in °C

Parametri caratteristici dell'aria umida: l'entalpia

Entalpia (specifica) del vapore d'acqua (surriscaldato)

$$h_v = \underbrace{c_{p,l}}_{(1)} \cdot T_S + \underbrace{r}_{(2)} + \underbrace{c_{p,v}}_{(3)} (T - T_S)$$

1

calore per riscaldare l'acqua liquida da 0°C alla temperatura di saturazione T_S
 $c_{p,l}$ = calore specifico a pressione costante dell'acqua liquida ~ 4,19 kJ/(kg K)

2

calore latente di vaporizzazione alla temperatura di saturazione

3

calore di surriscaldamento del vapore d'acqua

$c_{p,v}$ = calore specifico a p. c. del vapore surriscaldato ~ 1,92 kJ/(kg K)

$$h_v = (c_{p,l} - c_{p,v}) \cdot T_S + r + c_{p,v} T = r_0 + c_{p,v} T$$

r_0 = calore di vaporizzazione dell'acqua a 0°C ~ 2500 kJ/kg

T = temperatura di bulbo asciutto espressa in °C

Parametri caratteristici dell'aria umida: l'entalpia

Entalpia (specifica) dell'aria umida

$$h = c_{p,a} \cdot T + x \left(r_0 + c_{p,v} T \right)$$

dove

T = temperatura di bulbo asciutto in °C

x = umidità specifica in kg di vapore per kg di aria secca

$$c_{p,a} = 1 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right]$$

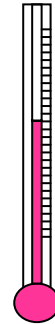
$$c_{p,v} = 1,92 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right]$$

$$r_0 = 2500 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

Parametri **termometrici** dell'aria umida

Temperatura di bulbo asciutto T

E' la temperatura dell'aria atmosferica misurata con un normale termometro con il bulbo direttamente a contatto con l'aria.

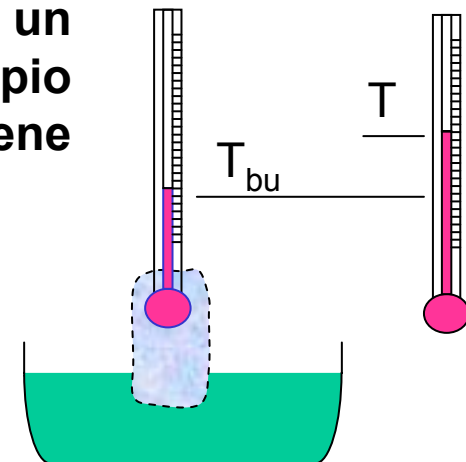


La temperatura di bulbo umido T_{bu}

E' la temperatura dell'aria atmosferica misurata con un termometro il cui bulbo è mantenuto umido, ad esempio con una garza imbevuta di acqua attraverso la quale viene fatta circolare l'aria di cui si misura la temperatura.

$T_{bu} \leq T$ perché l'evaporazione dell'acqua sottrae calore all'aria e quindi ne diminuisce la temperatura

$\Delta T = T - T_{bu}$ dipende dalla umidità relativa dell'aria, e quindi può essere utilizzata per misurare Φ

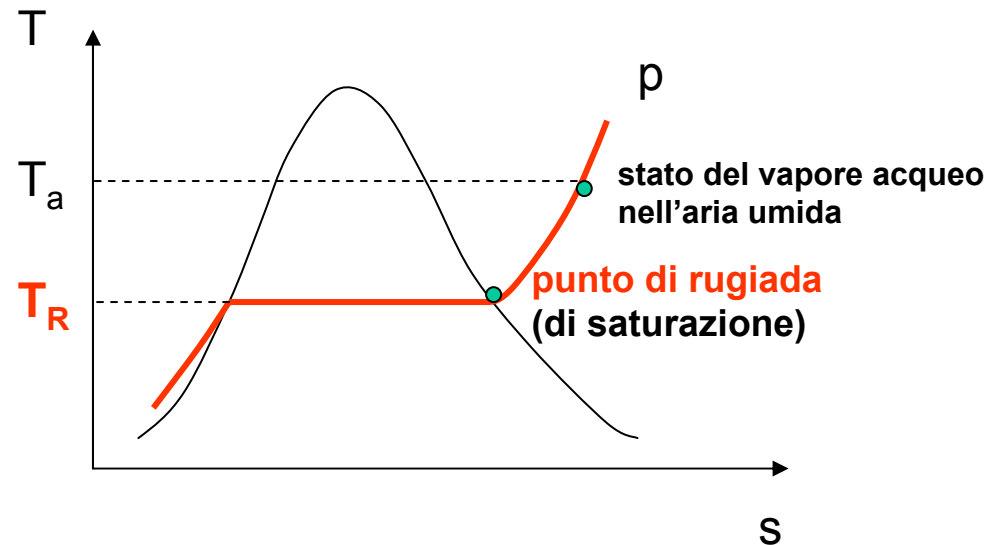
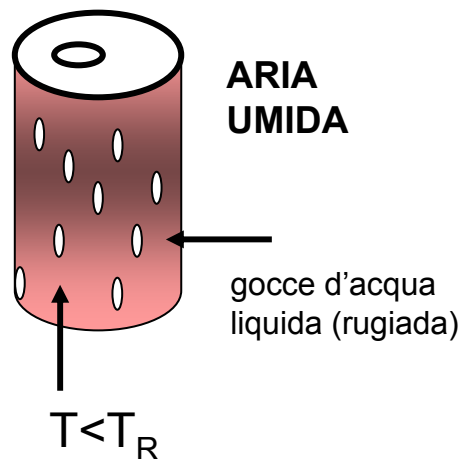


Parametri **termometrici** dell'aria umida

La temperatura di rugiada T_R

E' la temperatura alla quale si raggiunge la condizione di saturazione mediante un processo di raffreddamento a pressione costante, senza variazione dell'umidità specifica.

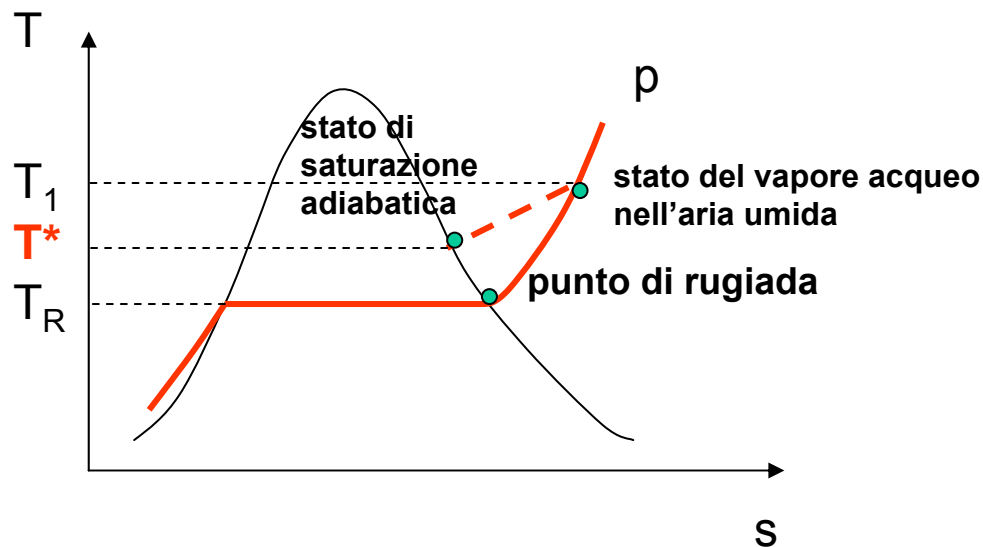
Se l'aria umida viene ulteriormente raffreddata a temperatura $T < T_R$ si verifica una parziale condensazione del vapore d'acqua.



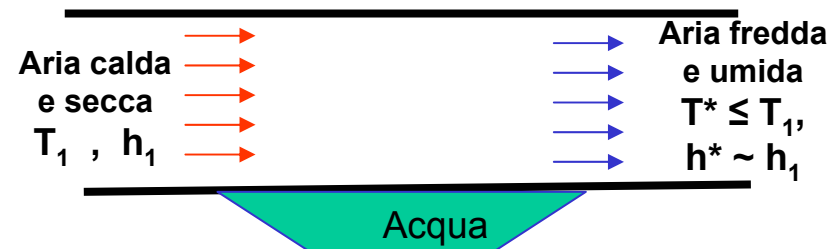
Parametri termometrici dell'aria umida

La temperatura di saturazione adiabatica T^*

E' la temperatura alla quale l'acqua, evaporando adiabaticamente, porta l'aria a saturazione allo stesso valore di temperatura. In pratica, si può ritenere coincidente con la temperatura dell'aria satura allo stesso valore di entalpia specifica dell'aria umida nelle condizioni iniziali.



Se l'aria entra nel canale già satura, la temperatura di saturazione adiabatica T^* è identica a quella di ingresso T_1 . In generale la temperatura di saturazione adiabatica è compresa tra quella di ingresso e la temperatura di rugiada.



Il diagramma PSICROMETRICO

I diagrammi psicrometrici vengono molto utilizzati nel dimensionamento degli impianti di condizionamento dell'aria, in quanto consentono di determinare in modo facile e rapido le grandezze di stato dell'aria umida e le loro variazioni per effetto dei processi termodinamici denominati trattamenti dell'aria umida.

Dalla regola di Gibbs delle fasi

$$V = C - F + 2$$

dove C=2 è il numero di componenti (aria e acqua), F=1 è il numero delle fasi (aeriforme) si ricava che per determinare lo stato termodinamico dell'aria umida sono necessarie V=3 variabili di stato indipendenti.

I valori di due grandezze di stato sono riportati sui due assi coordinati del diagramma psicrometrico, mentre la terza è la pressione totale, che è considerata nota. il diagramma utilizzato di seguito si riferisce alla pressione di 101,3 kPa, ma sono disponibili diagrammi per altre pressioni, utilizzate per località ad una altezza notevole rispetto al livello del mare.

Il diagramma PSICROMETRICO

Esistono due tipi di diagrammi psicrometrici, che sono comunque del tutto equivalenti:

- **il diagramma di Mollier** (usato esclusivamente in Europa)
- **il diagramma di Carrier** o **diagramma ASHRAE*** (in passato usato esclusivamente negli USA ma oggi di uso generalizzato in tutto il mondo)

* ASHRAE = American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers

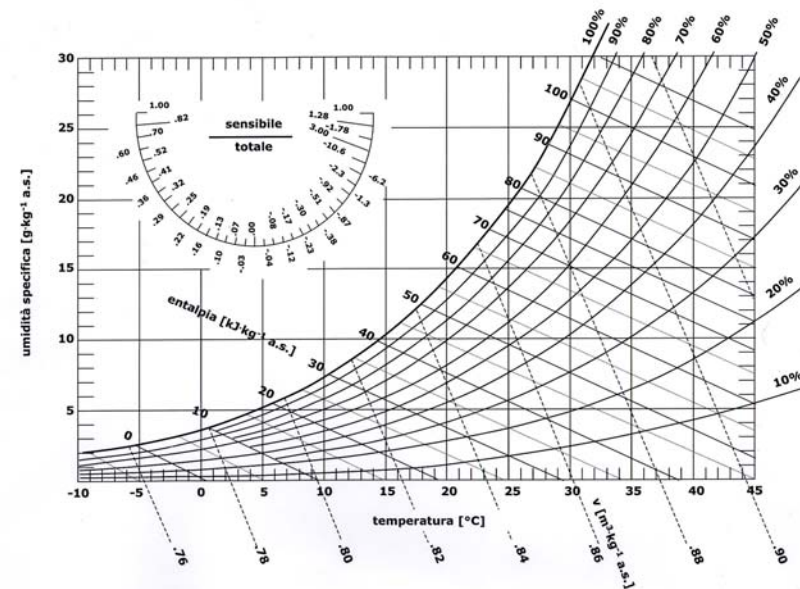
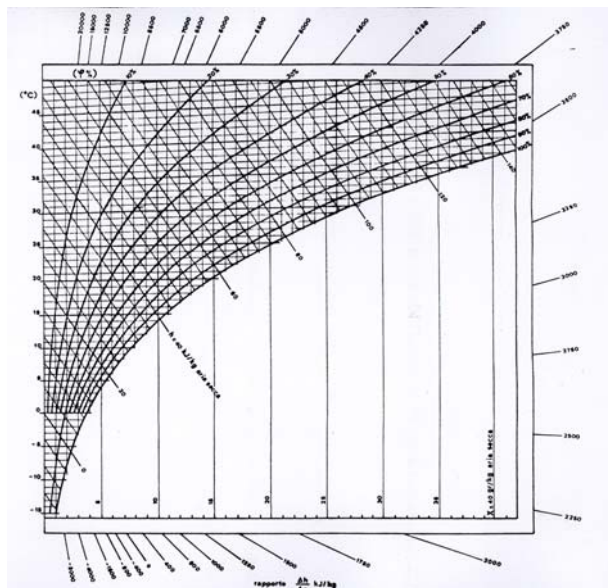
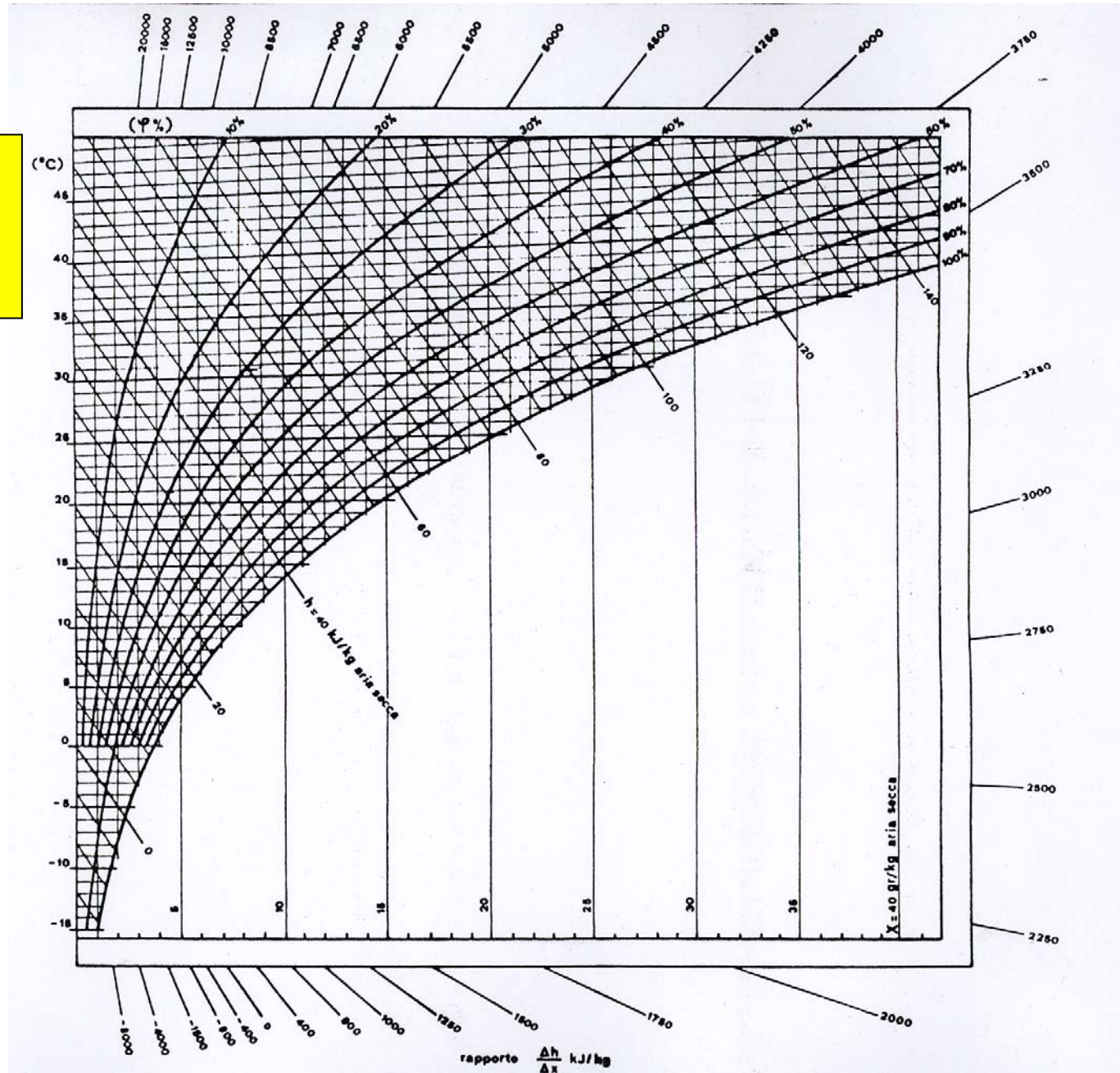
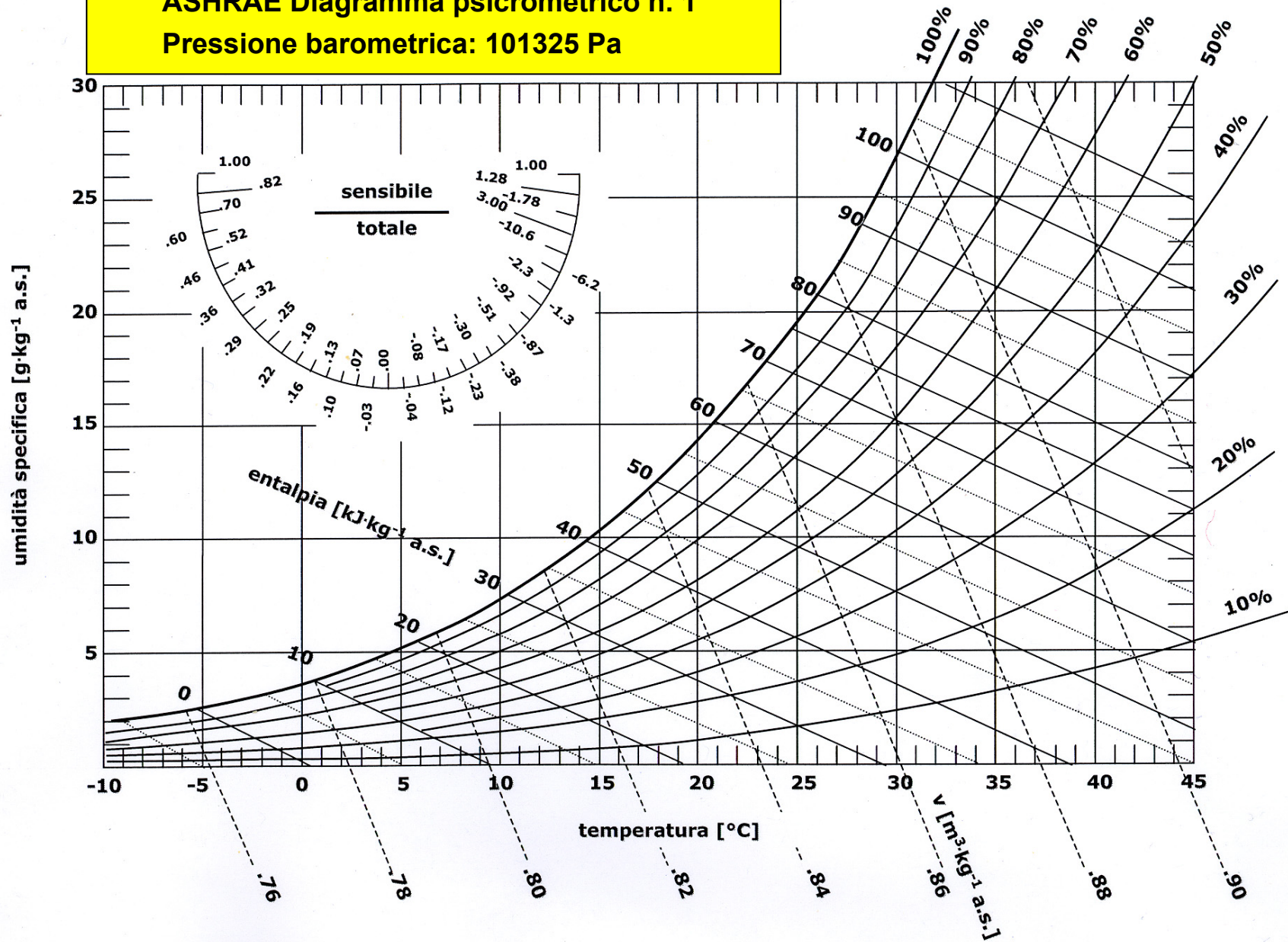


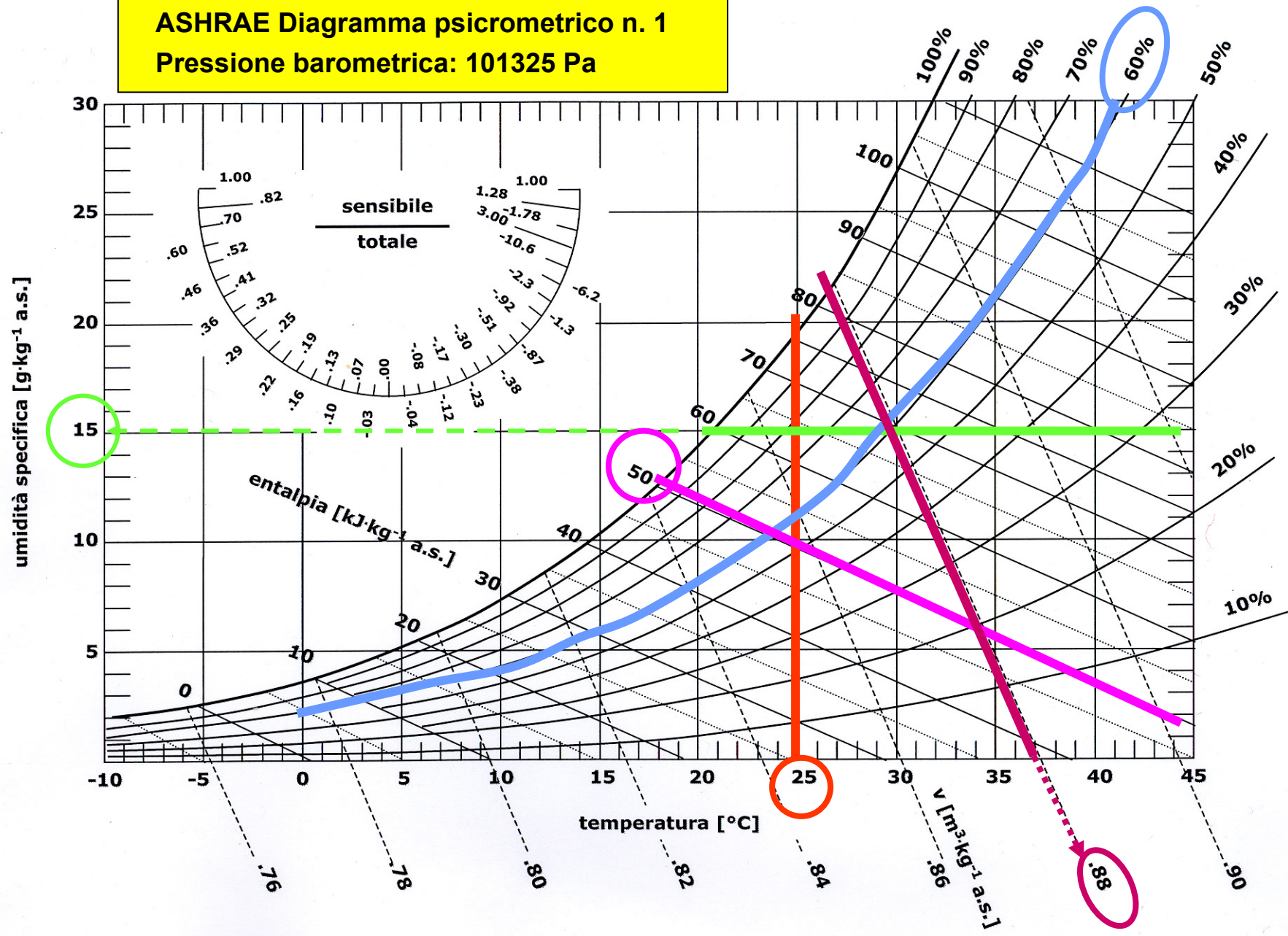
Diagramma psicrometrico di Mollier



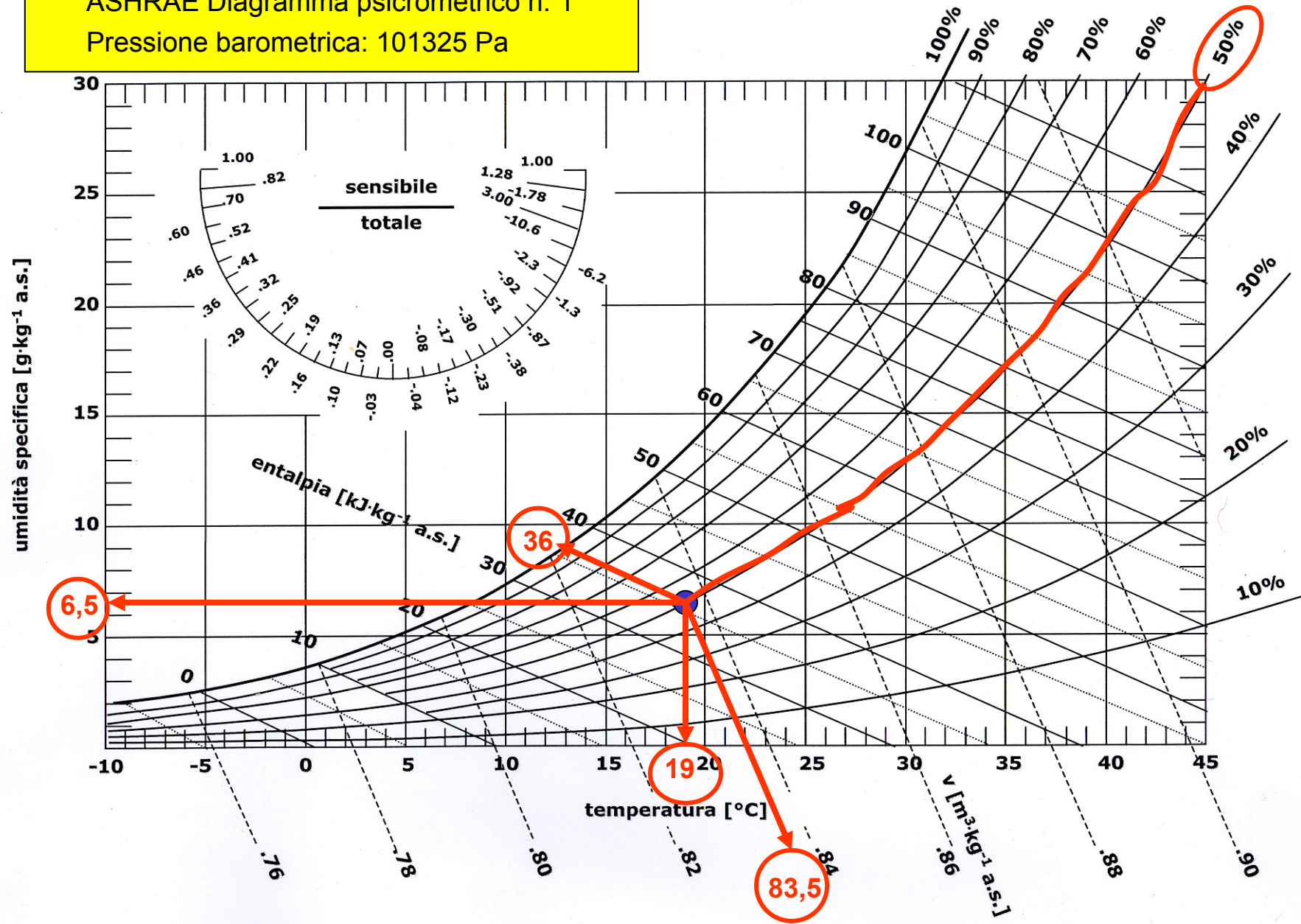
ASHRAE Diagramma psicrometrico n. 1
Pressione barometrica: 101325 Pa



ASHRAE Diagramma psicrometrico n. 1
Pressione barometrica: 101325 Pa






ASHRAE Diagramma psicrometrico n. 1
Pressione barometrica: 101325 Pa



I trattamenti dell'aria umida

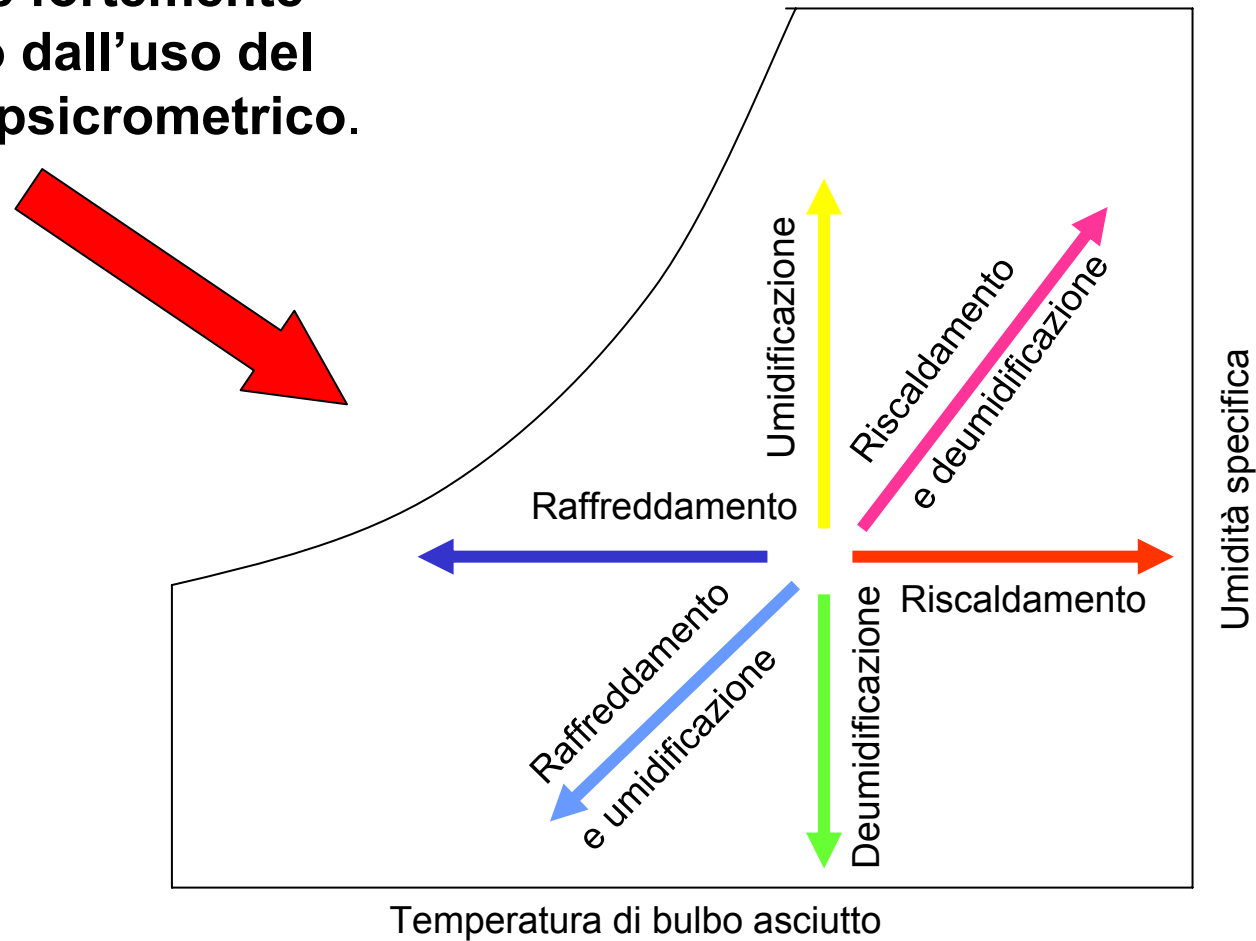
Il mantenimento delle condizioni di comfort per la temperatura e l'umidità all'interno di un ambiente richiede che si compiano determinate trasformazioni di condizionamento dell'aria.

Tali trattamenti consistono:

-  nel riscaldamento e raffreddamento sensibile, che danno luogo ad aumento o diminuzione della temperatura dell'aria;
-  nella umidificazione e deumidificazione, che danno luogo ad aumento o diminuzione della umidità specifica;
-  nella combinazione di tali trattamenti al fine di variare contemporaneamente temperatura e umidità dell'aria

I trattamenti dell'aria umida

Lo studio termodinamico di tali trattamenti è fortemente semplificato dall'uso del diagramma psicrometrico.



Riscaldamento sensibile

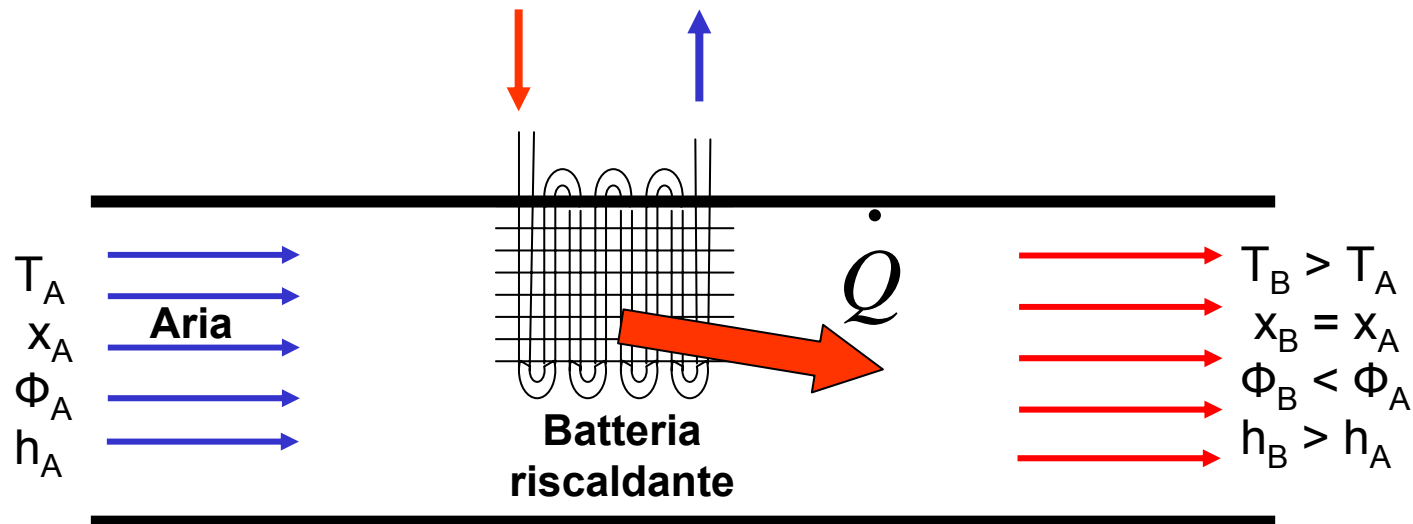
Consiste nel riscaldamento dell'aria umida senza modificare la quantità di vapor d'acqua in essa contenuta.

Riscaldamento sensibile: processo in cui la temperatura dell'aria umida viene aumentata mantenendo costante l'umidità specifica x

I sistemi di riscaldamento tradizionali a corpi scaldanti denominati radiatori, le stufe elettriche ecc. sono esempi di apparati che realizzano processi di riscaldamento sensibile.

Negli impianti di condizionamento dell'aria tale processo viene generalmente realizzato mediante **batterie alettate, riscaldate** mediante un fluido termovettore che fluisce all'interno dei tubi.

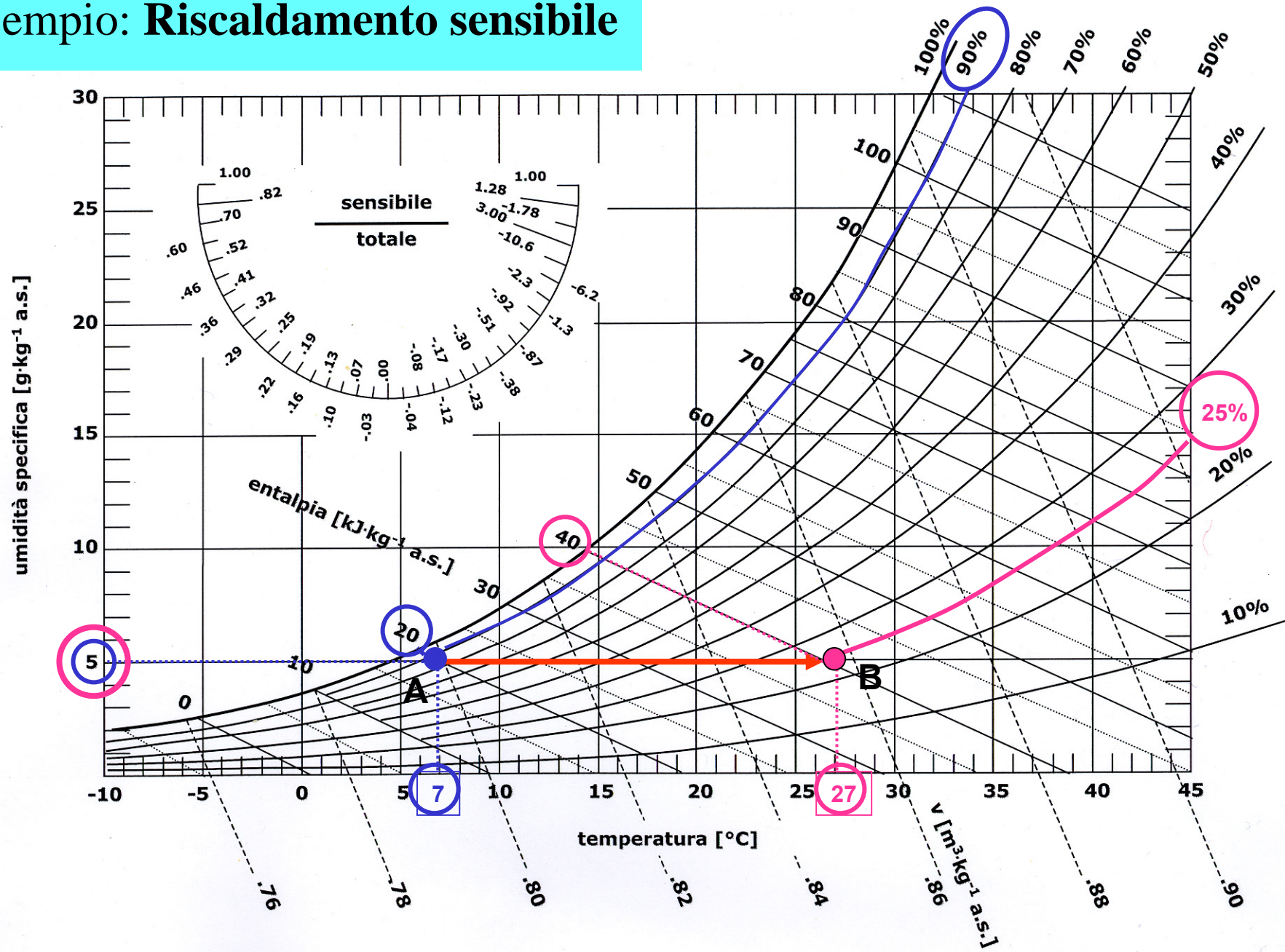
Riscaldamento sensibile



La potenza termica scambiata è data da

$$\dot{Q}_a = \dot{m}_a (h_B - h_A)$$

Esempio: Riscaldamento sensibile



Raffreddamento sensibile

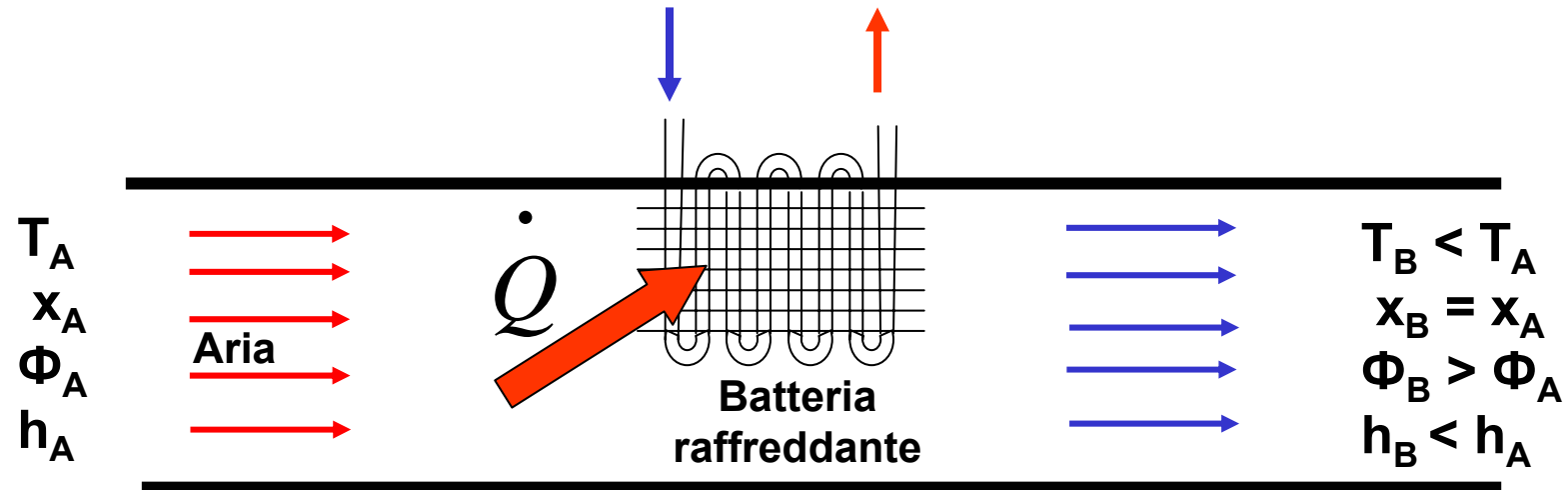
Consiste nel raffreddamento dell'aria umida senza modificare la quantità di vapor d'acqua in essa contenuta

Raffreddamento sensibile:

E' un processo in cui la temperatura dell'aria umida viene diminuita mantenendo costante l'umidità specifica x .

Negli impianti di condizionamento dell'aria tale processo viene generalmente realizzato mediante **batterie alettate, raffreddate** mediante un fluido termovettore che fluisce all'interno dei tubi.

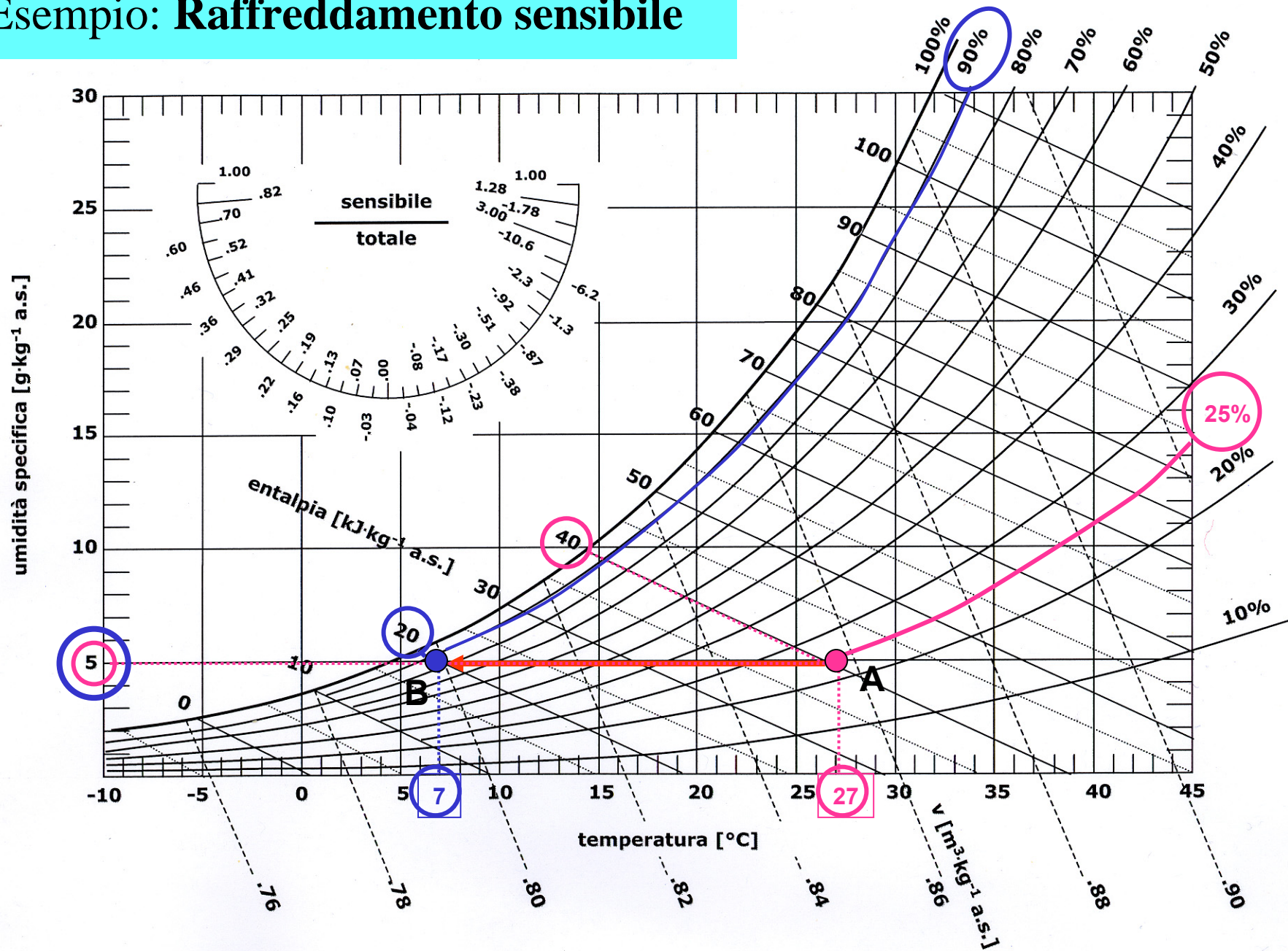
Raffreddamento sensibile



La potenza termica scambiata è data da

$$\dot{Q}_a = \dot{m}_a (h_B - h_A)$$

Esempio: Raffreddamento sensibile



Raffreddamento con deumidificazione

L'umidità assoluta dell'aria rimane costante durante un raffreddamento sensibile e questo fa sì che la umidità relativa aumenti. Se l'umidità relativa raggiunge valori incompatibili con il comfort è necessario togliere vapore acqueo dall'aria, ovvero **deumidificare**.

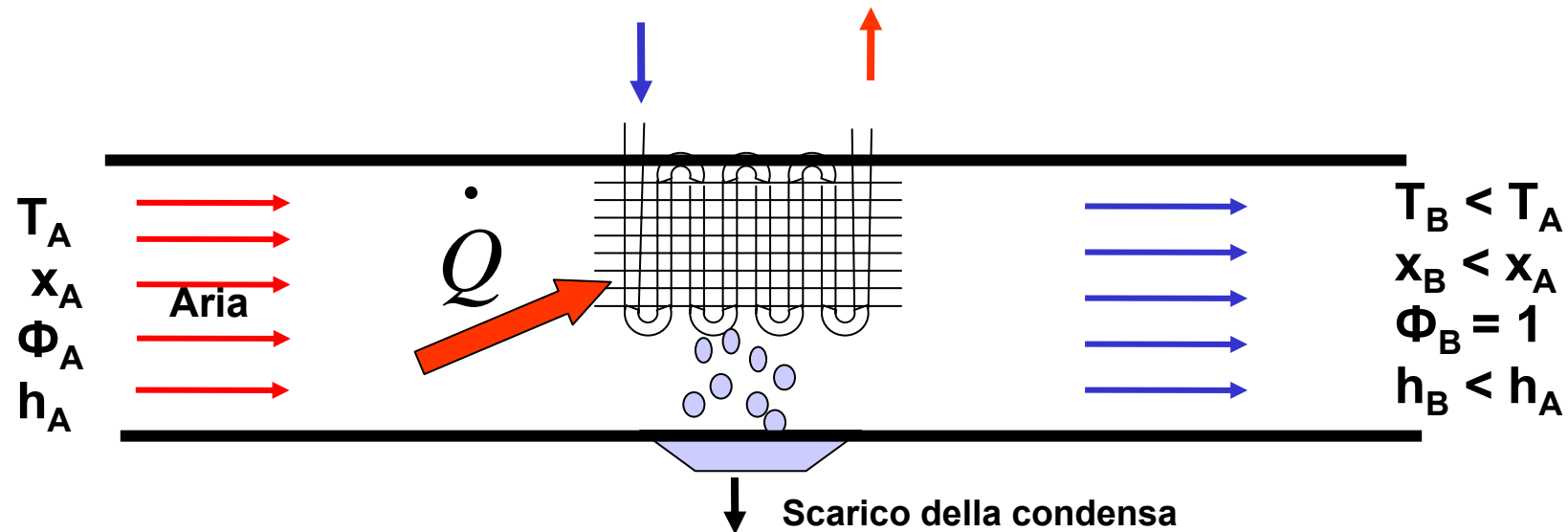
Ciò richiede un raffreddamento dell'aria al di sotto del punto di rugiada.

Raffreddamento con deumidificazione:

processo in cui la temperatura dell'aria umida viene diminuita diminuendo allo stesso tempo l'umidità specifica x , facendo condensare parte del vapore. All'uscita l'aria è in condizioni di saturazione.

Il processo avviene in una **batteria alettata raffreddata** mediante un fluido termovettore che passa all'interno dei tubi e che si trova ad una temperatura inferiore a quella di rugiada dell'aria umida. Se la batteria è abbastanza lunga, l'aria raggiunge il suo punto di rugiada e quindi una parte dell'umidità condensa e viene raccolta

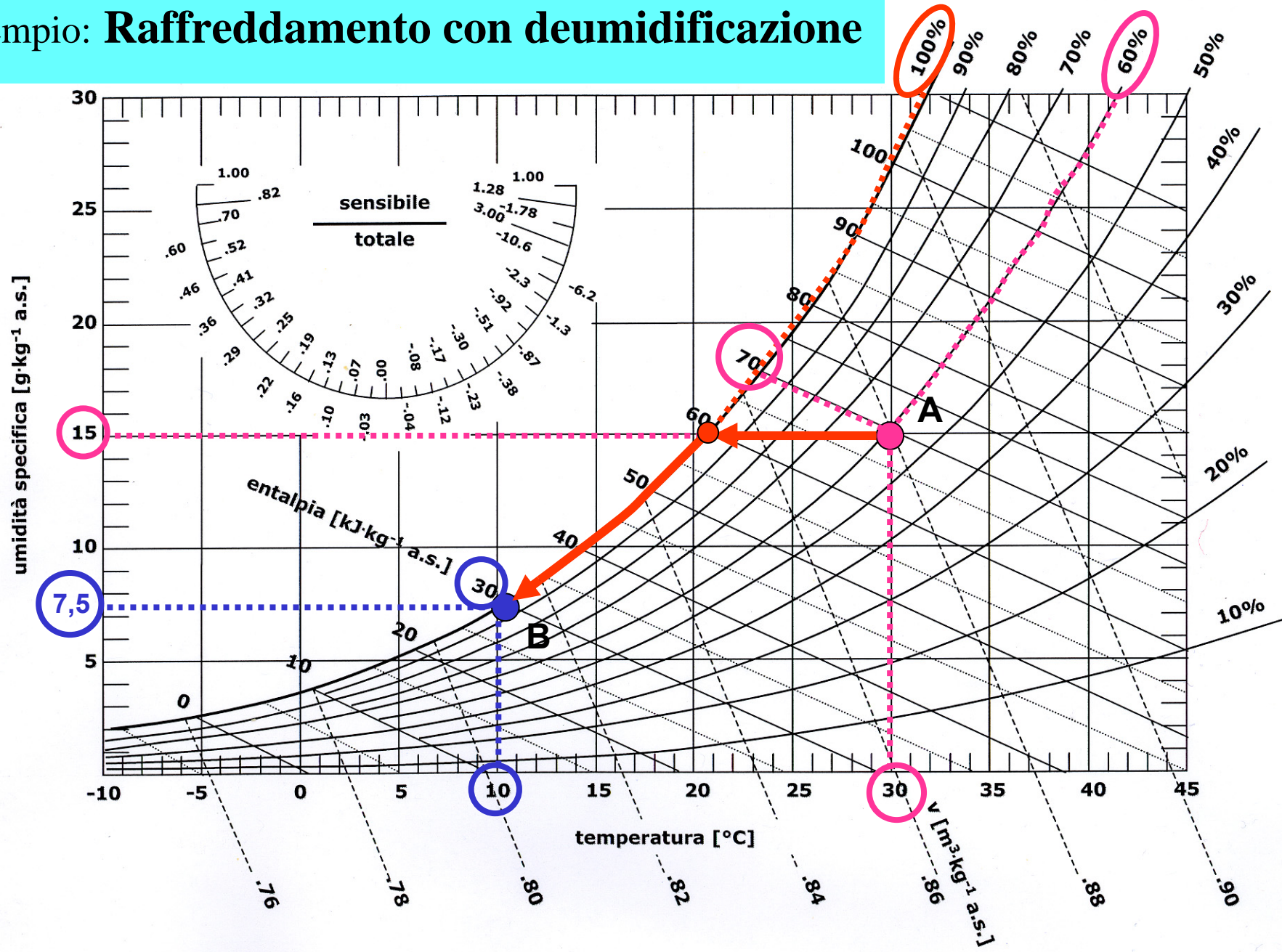
Raffreddamento con deumidificazione



La potenza termica scambiata è data da

$$\dot{Q}_a = \dot{m}_a (h_B - h_A)$$

Esempio: Raffreddamento con deumidificazione



Processo di saturazione adiabatica

$$T_l = T_s$$

$$h_A = c_{p,a}T_A + x_A(r_0 + c_{p,v}T_A)$$

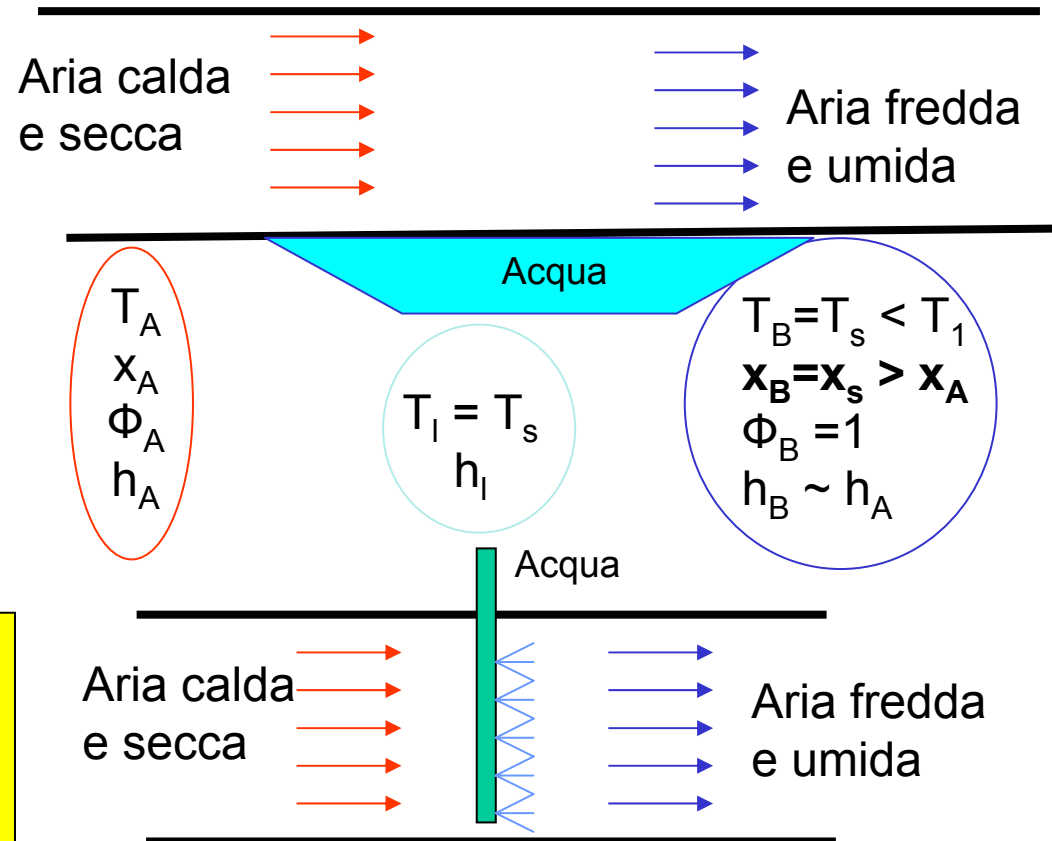
$$h_l = c_{p,l}T_l$$

$$h_B = h_s = c_{p,a}T_s + x_s(r_0 + c_{p,v}T_s)$$

$x_s - x_A =$ quantità di acqua liquida che si trasforma in vapore

Dal 1° principio della termodinamica per un sistema con deflusso

$$h_A + h_l(x_s - x_A) = h_s$$



Processo di saturazione adiabatica

$$h_A + h_l (x_s - x_A) = h_s$$

h_A è dell'ordine di grandezza di $c_{p,a}T_1 = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} T_1$

$h_l = c_{p,l}T_l = 1,92 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot T_l$ è dello stesso ordine di grandezza di h_1

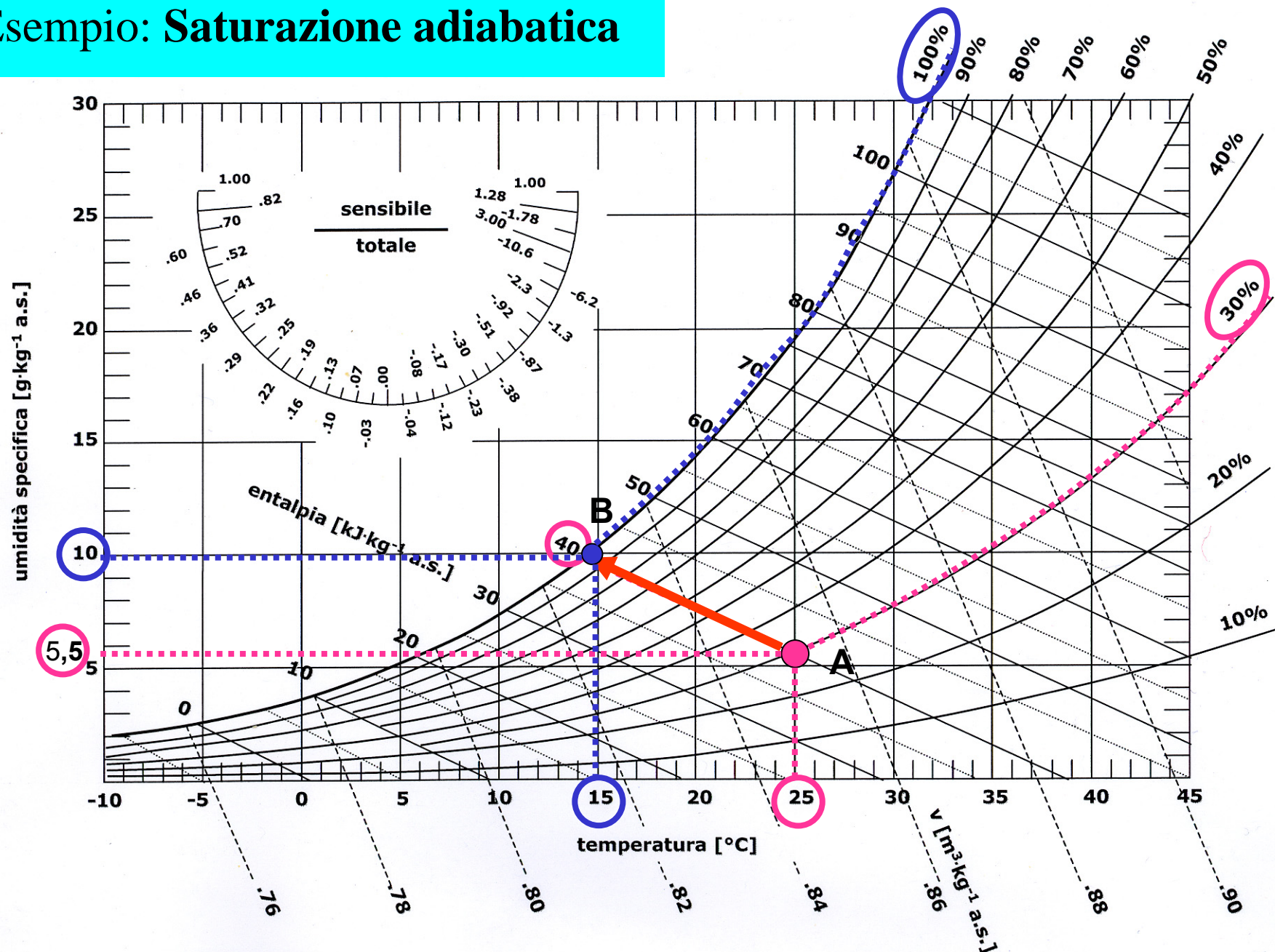
$x_s - x_A =$ essendo qualche grammo di vapore per ogni kg di aria, è dell'ordine di 10^{-3}

Perciò: $h_l (x_s - x_A) \ll h_A$ ovvero

$$h_s \approx h_A$$

Il processo di saturazione adiabatica può essere considerato ISOENTALPICO

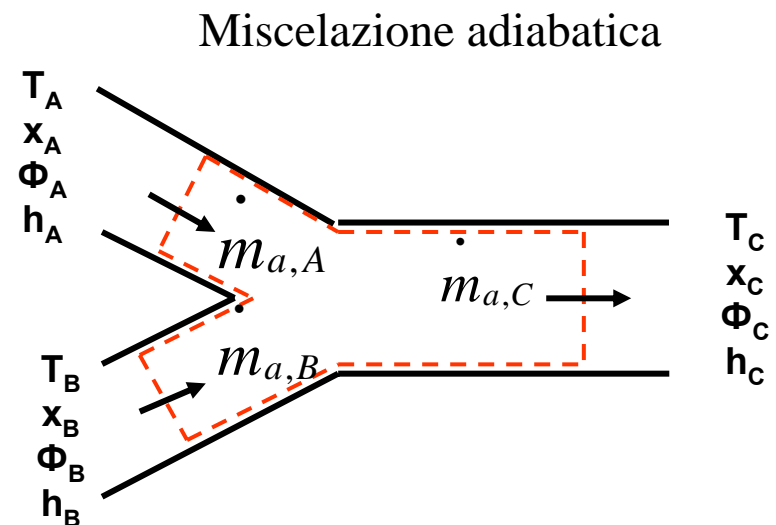
Esempio: Saturazione adiabatica



Miscelazione adiabatica

Molti sistemi per il condizionamento dell'aria richiedono la miscelazione di più flussi d'aria, che possono essere in condizioni igrotermiche diverse.

Ad esempio, nelle applicazioni in grandi edifici, nella maggior parte di impianti industriali e negli ospedali è necessario miscelare l'aria trattata con una certa quantità di aria esterna prima dell'immissione nell'ambiente da condizionare.



Poiché lo scambio termico tra sistema ed ambiente è trascurabile la trasformazione può essere considerata adiabatica.

Miscelazione adiabatica

Applicando il principio di conservazione della massa ed il 1° principio della termodinamica per sistemi con deflusso

Bilancio di massa: ARIA SECCA

$$\dot{m}_{a,A} + \dot{m}_{a,B} = \dot{m}_{a,C} \quad (1)$$

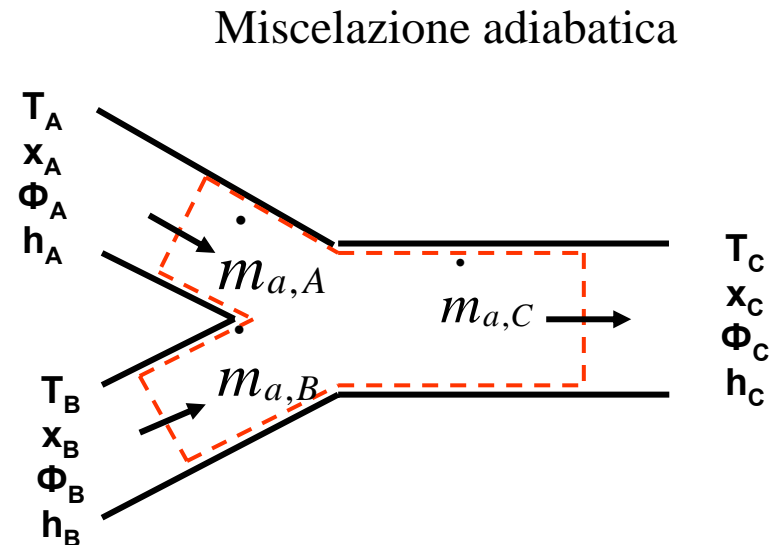
Bilancio di massa: VAPORE D'ACQUA

$$\dot{m}_{v,A} + \dot{m}_{v,B} = \dot{m}_{v,C}$$

$$\dot{m}_{a,A} x_A + \dot{m}_{a,B} x_B = \dot{m}_{a,C} x_C \quad (2)$$

Bilancio di energia:
ARIA UMIDA

$$\dot{m}_{a,A} h_A + \dot{m}_{a,B} h_B = \dot{m}_{a,C} h_C \quad (3)$$



Miscelazione adiabatica

Sostituendo la (1) nella (2)

$$\dot{m}_{a,A} x_A + \dot{m}_{a,B} x_B = \dot{m}_{a,A} x_C + \dot{m}_{a,B} x_C$$

da cui

$$\dot{m}_{a,B} (x_B - x_C) = \dot{m}_{a,A} (x_C - x_A)$$



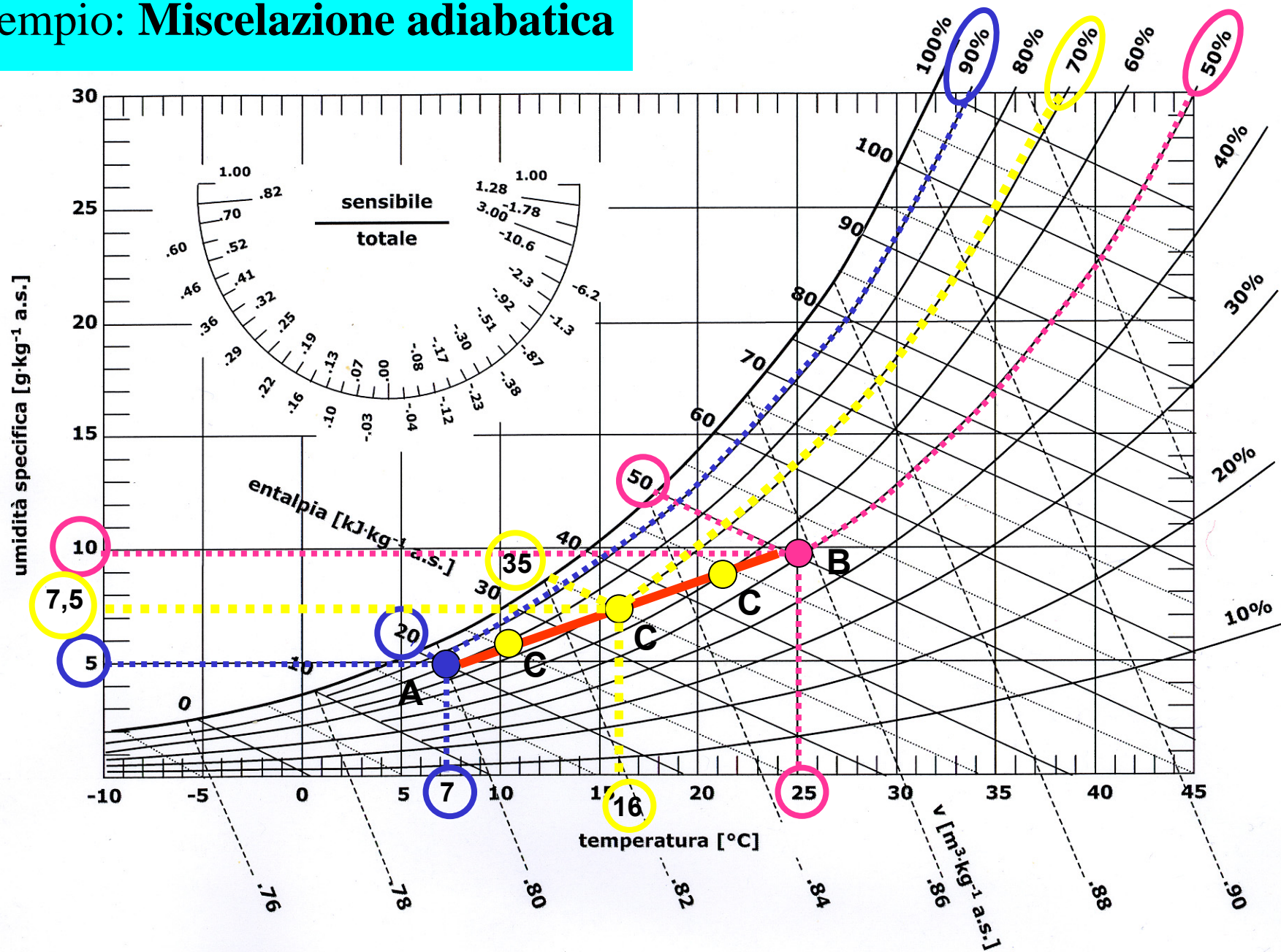
$$\frac{(x_B - x_C)}{(x_C - x_A)} = \frac{\dot{m}_{a,A}}{\dot{m}_{a,B}}$$

Quindi, l'umidità e l'entalpia specifiche all'uscita sono combinazioni lineari dei corrispondenti valori agli ingressi, con coefficienti che dipendono dal rapporto tra le portate massiche.

Nel diagramma psicrometrico lo stato dell'aria umida all'uscita si troverà in un punto intermedio C lungo la congiungente i due stati di ingresso A e B, secondo la legge della leva:

$$\frac{(h_B - h_C)}{(h_C - h_A)} = \frac{(x_B - x_C)}{(x_C - x_A)} = \frac{\dot{m}_{a,A}}{\dot{m}_{a,B}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

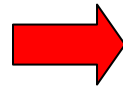
Esempio: Miscelazione adiabatica



Esempio di trattamento estivo

Con riferimento agli esempi svolti nella trattazione del Comfort termico, si assuma come condizione igrotermica normalmente richiesta in un ambiente in cui si svolge una attività sedentaria nella stagione estiva:

Temperatura dell'aria: $25^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$
Umidità relativa: $50\% \pm 10\%$

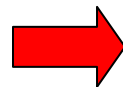


Stato C
nel diagramma psicrometrico

Le condizioni termoigrometriche dell'ambiente esterno dipendono dalla località considerata e dalla situazione climatica.

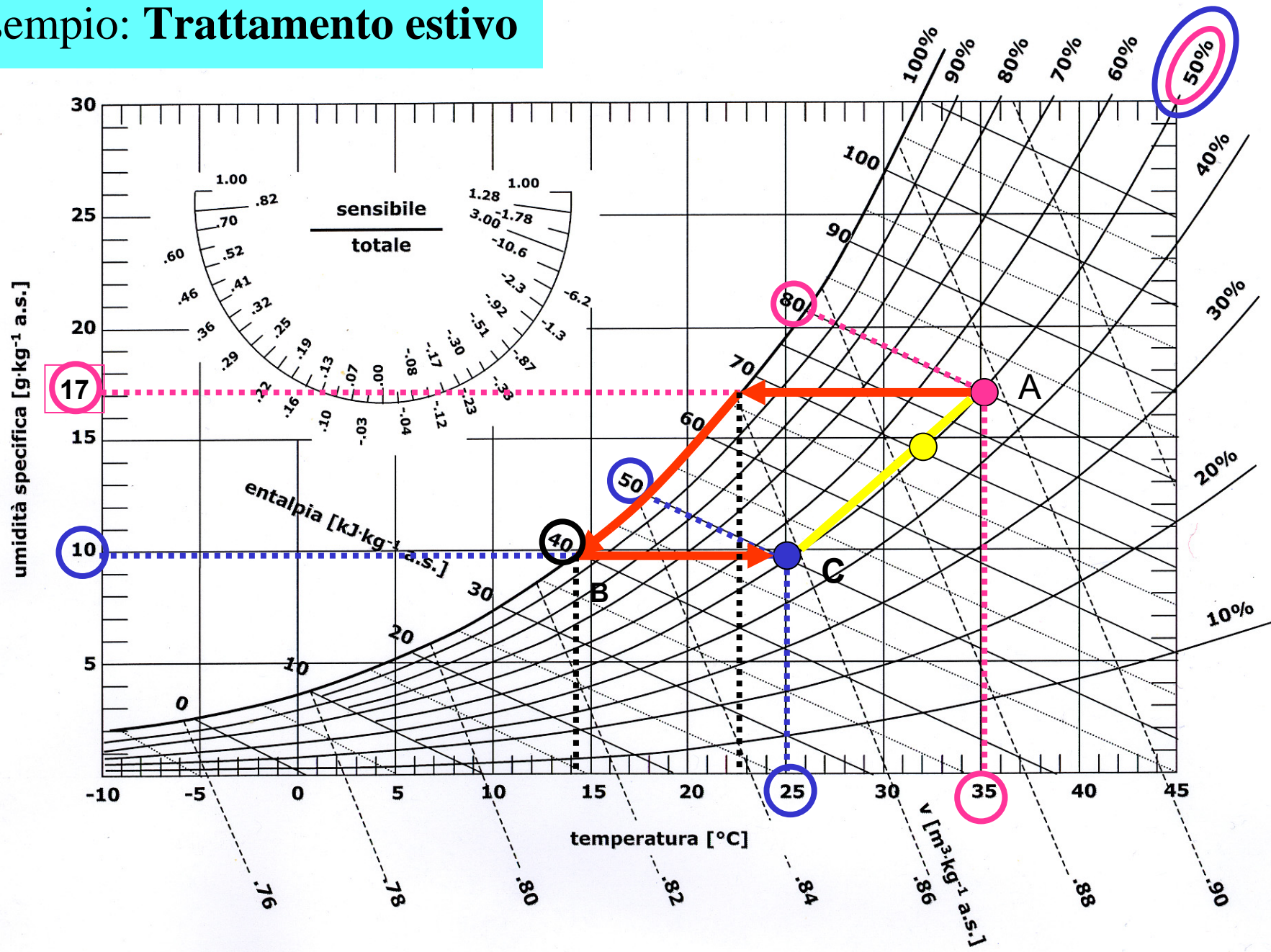
A titolo di esempio si assumono le seguenti condizioni di progetto:

Temperatura dell'aria: 35°C
Umidità relativa: 50%

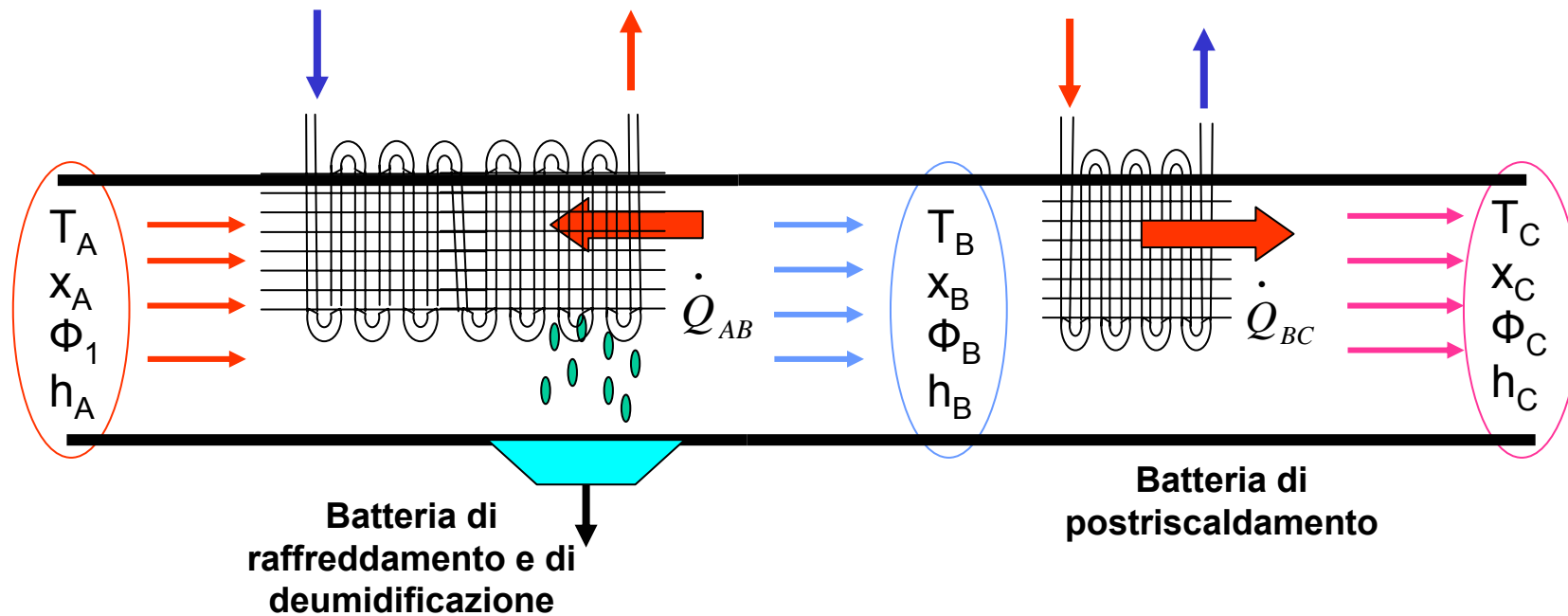


Stato A
nel diagramma psicrometrico

Esempio: Trattamento estivo



Esempio: Trattamento estivo



Batteria di
raffreddamento e di
deumidificazione

Batteria di
postriscaldamento

La potenza termica scambiata è data da

$$\dot{Q}_{AB} = \dot{m}_a (h_B - h_A)$$

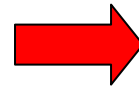
La potenza termica scambiata è data da

$$\dot{Q}_{BC} = \dot{m}_a (h_C - h_B)$$

Esempio di **Trattamento invernale**

Con riferimento agli esempi svolti nella trattazione del Comfort termico, si assuma come condizione igrotermica normalmente richiesta in un ambiente in cui si svolge una attività sedentaria nella stagione invernale:

Temperatura dell'aria: $20^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$
Umidità relativa: $50\% \pm 10\%$

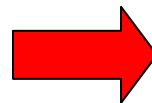


Stato A
nel diagramma psicrometrico

Le condizioni termoigrometriche dell'ambiente esterno dipendono dalla località considerata e dalla situazione climatica.

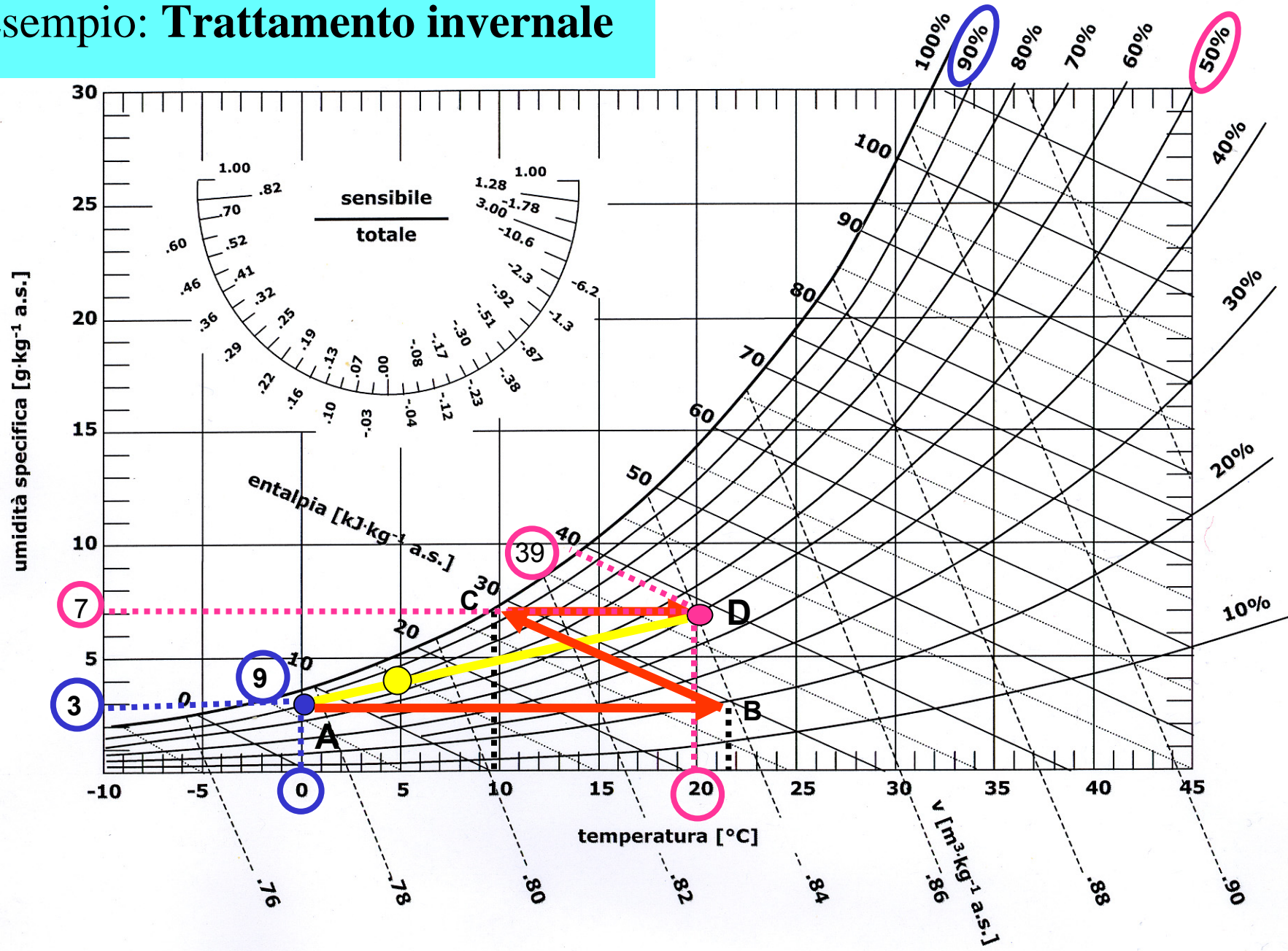
A titolo di esempio si assumono le seguenti condizioni di progetto:

Temperatura dell'aria: 0°C
Umidità relativa: 90%

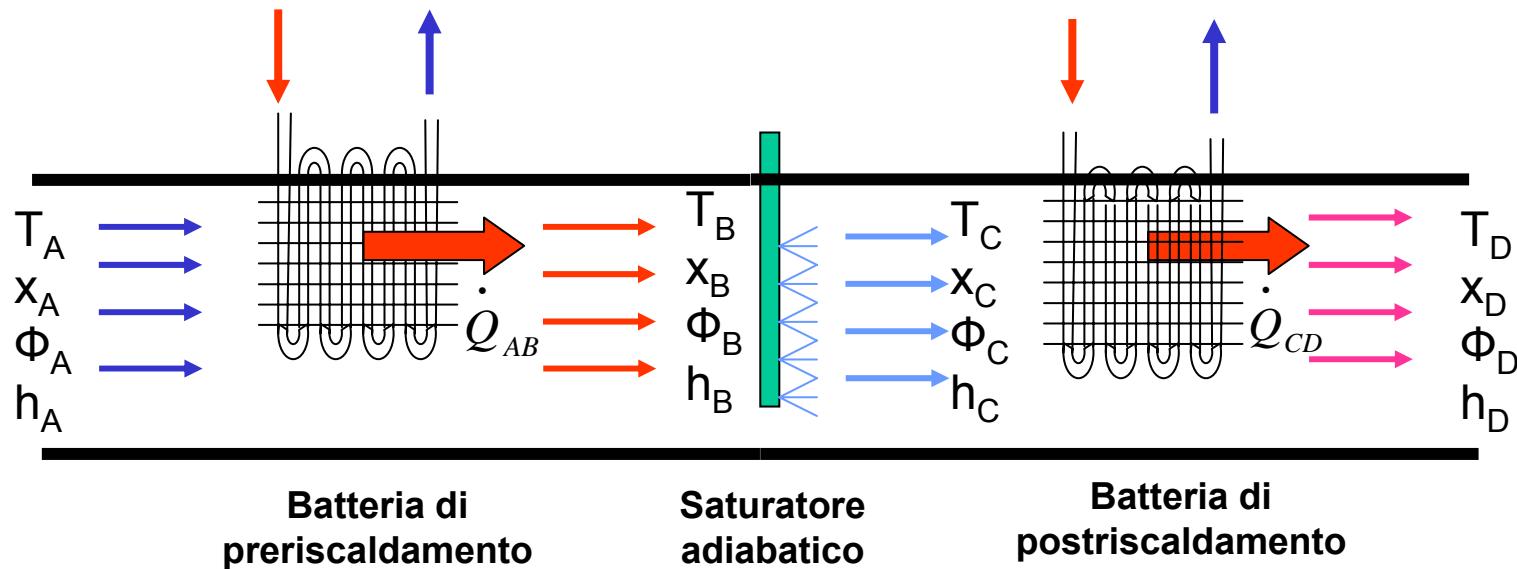


Stato D
nel diagramma psicrometrico

Esempio: Trattamento invernale



Esempio: Trattamento invernale



La potenza termica scambiata è data da

$$\dot{Q}_{AB} = \dot{m}_a (h_B - h_A)$$

La potenza termica scambiata è data da

$$\dot{Q}_{CD} = \dot{m}_a (h_D - h_C)$$